Filologia aplicada à história da matemática grega: a proporção de Hipócrates

Jonathas Ramos de Castro[1]

Resumo: Conhecimentos filológicos são indispensáveis para a interpretação correta de textos matemáticos gregos. Prova-o a reconstituição da proporção de Hipócrates de Quíos realizada por *Sir* Thomas Heath.
Palavras Chave: filologia clássica; matemática grega; Hipócrates de Quíos; Thomas Heath.
Abstract: Philological knowledge is indispensable for the correct interpretation of Greek mathematical texts. This is proved by the reconstitution of the proportion of Hippocrates of Chios carried out by Sir Thomas Heath.
Keywords: classical philology; Greek mathematics; Hippocrates of Chios; Thomas Heath.

1. História da matemática e filologia

Em 2012, a Profa. Tatiana Roque (UFRJ) publicou *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas* (Ed. Zahar). Trata-se de um trabalho interessante por algumas razões; em especial porque busca se alinhar às transformações pelas quais passaram a historiografia em geral e a história das ciências em particular nas últimas décadas, um rigor metodológico ausente da maioria dos grandes clássicos da disciplina (ROQUE, 2012, p. 25-29). Uma preocupação que motiva a autora é pedagógica: como ensinar melhor matemática? Entende-se que a matemática, para ser compreendida, não deve se tornar mais "prática" ou mais "concreta" (como se costuma requerer), ela deve sim fazer mais sentido; portanto, a matemática deve ser compreendida em relação ao que lhe dá sentido, e o que lhe dá sentido é o seu contexto (ROQUE, op. cit., p. 32). Assim, a matemática fará mais sentido se o seu contexto for melhor compreendido, e isso depende, por sua vez, de metodologias historiográficas mais precisas. De certa forma, a *História da matemática* da Profa. Roque quer fazer, com a matemática, o que a linguística francesa dos anos 1960 buscou fazer com a linguagem: devolvê-la à sua exterioridade (ORLANDI, 1994, p. 52). Significa dizer que, assim como a linguagem, a matemática possui um sujeito e uma situação, sem os quais ela não faz sentido; a matemática é, sobretudo, discurso. Mas a abordagem da autora remete também a tradições mais antigas; especialmente a maneira de relacionar história e sentido em matemática faz lembrar alguém como Léon Brunschvicq, que, em um livro do começo do século passado, propôs entender a "história do pensamento matemático" como "o esforço [...] de trazer à plena consciência a verdade matemática" (BRUNSCHVICQ, 1922, p. VII).

Compreender a matemática a partir de um contexto, como se requer, não pode deixar de envolver considerações de natureza filológica. Para os propósitos deste artigo, filologia é "edição crítica dos textos" (AUERBACH, 1965, p. 9) ou "crítica textual" (WEST, 1973, p. 8); seu objetivo é "constituir textos autênticos"

1 Doutor e Mestre em Filosofia do Direito pela Faculdade de Direito da Universidade de São Paulo (USP). Graduado em Direito pela Faculdade de Direito da Universidade Presbiteriana Mackenzie (SP). Graduando em Matemática pela Universidade Virtual do Estado de São Paulo (UNIVESP).

(AUERBACH, op. cit., loc. cit.) ou “certificar, com a maior exatidão possível, o que os autores escreveram” (WEST, op. cit., loc. cit.). Um esforço filológico se faz ainda mais necessário quando se trata de contar a história da matemática antiga em especial – e isso pelas mesmas dificuldades que qualquer explicação de um texto antigo suscita, como por exemplo as incertezas da tradição manuscrita.

Na história da matemática grega, existem controvérsias que demandam, dos historiadores, tanto rigor matemático quanto rigor filológico. Um exemplo claro diz respeito à reconstituição da proporção de Hipócrates de Quíos, inserida no problema geral da quadratura do círculo. Uma das melhores referências para compreender as dificuldades filológicas envolvidas nessa reconstituição ainda é a *História da matemática grega*, de *Sir* Thomas Heath (1861-1940), publicada em 1921.

2. A proporção de Hipócrates: dificuldades filológicas

A quadratura do círculo é um dos três problemas clássicos da geometria grega. Ele consiste em construir um quadrado igual a um círculo, como os geômetras gregos diziam, ou, como dizemos nós, encontrar, a partir de um círculo dado, um quadrado de mesma área. A resolução do problema envolve uma aproximação de π, pois o lado do quadrado de mesma área de um círculo de raio r mede $r\sqrt{\pi}$. A aproximação de π mais famosa na matemática grega data apenas do séc. III a.C., feita por Arquimedes a partir de um método atribuído a Eudoxo de Cnido, contemporâneo de Platão. Mas tentava-se quadrar o círculo pelo menos desde Anaxágoras, no século V a.C. Hipócrates de Quíos, contemporâneo de Anaxágoras, é o nome por trás de uma tentativa famosa, conhecida como quadratura por meio de segmentos (para a distinguir, p.ex., da quadratura de Antífon de Atenas, contemporâneo de Sócrates, que se perfaz pela inscrição de polígonos regulares ao círculo). Com a quadratura de Hipócrates, pode-se efetivamente quadrar lúnulas, que são figuras geométricas planas delimitadas por dois arcos de círculo, tendo como premissa básica a proporção existente entre segmentos semelhantes de círculo e os quadrados de suas bases.

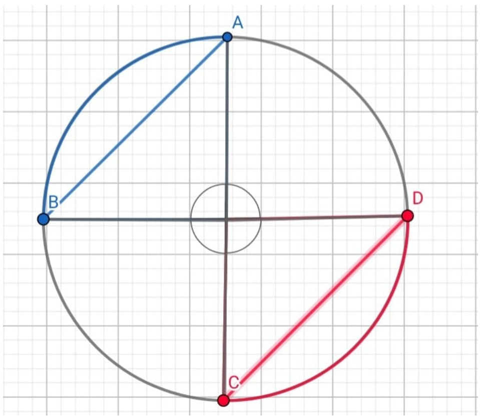

Fig. 1. Pela proporção de Hipócrates, se AB ~ CD então $\frac{\text{seg(AB)}}{\text{seg(CD)}} = \frac{\text{base(AB)}^2}{\text{base(CD)}^2}$

Na reconstituição da proporção de Hipócrates, Heath (1981, p. 183 et seq.) se depara com duas dificuldades principais de natureza filológica: uma relativa à incerteza da tradição, outra, à incerteza da linguagem.

Tudo o que se sabe sobre Hipócrates é devido à tradição indireta. A principal fonte é o primeiro livro do comentário de Simplício à *Física* de Aristóteles, escrito no séc. VI (especificamente seções 53,30-69,34, que comentam *Física* I.2,185a14-17). As fontes de Simplício, por sua vez, são Eudemo de Rodes (séc. IV a.C.) e Alexandre de Afrodísias (séc. II). Simplício prefere Eudemo a Alexandre porque, a seu ver (68,32), quanto ao que Hipócrates realmente escreveu o primeiro é mais confiável do que o segundo. Heath (1981, p. 185-186) dá razão a Simplício, observando que o argumento conservado no fragmento de Alexandre contém uma inferência equivocada impossível de ser atribuída a Hipócrates, "que não teria sido capaz de cometer um erro tão óbvio" (HEATH, op. cit., loc. cit.). Daí a suspeita de que Alexandre não consultou Eudemo, e certamente não Hipócrates, mas tinha à disposição alguma outra fonte (id., op. cit., loc. cit.). Mas o testemunho de Eudemo, embora mais confiável, nem por isso é menos problemático. Sabe-se que citações em textos antigos costumam suscitar dúvidas, por exemplo quanto ao início exato da citação (essa é a divergência entre Burnet e Diels a propósito da citação de Anaximandro, também por Simplício, resumida em HEIDEGGER 1977, p. 394). Além dessas dificuldades de ordem geral, o caso de Hipócrates envolve ainda um problema adicional, relativo à terminologia: isso porque, ao introduzir o fragmento de Eudemo, Simplício avisa o leitor de que citará literalmente, mas que acrescentará algumas poucas coisas dos *Elementos* de Euclides (séc. IV a.C.), por necessidade de clareza. De fato, a linguagem matemática pré-euclidiana ainda era pouco terminológica, de modo que Simplício podia ter sentido essa necessidade (um pouco, talvez, como acontece conosco, que podemos considerar algumas proposições euclidianas mais imediatamente compreensíveis quando as traduzimos para expressões algébricas, como p.ex. a Prop. II.4 dos *Elementos* e a expressão da soma de dois quadrados). Então, adotada a citação de Eudemo por Simplício como a principal fonte para Hipócrates, trata-se agora de "distinguir o que é textualmente citado de Eudemo e o que Simplício acrescentou" (HEATH, 1981, p. 183).

A proporção de Hipócrates é introduzida por Eudemo na primeira parte da citação. Desse trecho, quase toda a segunda metade, que trata da definição de segmento semelhante, é considerada, por filólogos do porte de Diels e Tannery, ser um acréscimo de Simplício. Heath não concorda com essa distinção, argumentando que não haveria motivo suficiente para Simplício inserir essa interpolação, já que a informação contida no trecho em questão seria evidente, e portanto dispensável, em uma época como a de Simplício e seus leitores, que já falavam em uma linguagem matemática estável (id., op. cit., 190). Assim, Heath prefere se alinhar a Ferdinand Rudio e considerar toda essa primeira parte da citação autenticamente eudemiana.

Mas Heath se afasta de Rudio quando o assunto é determinar o termo *tmēma*, que ocorre no trecho. Nos *Elementos* de Euclides, *tmēma* significa "segmento" (p.ex., II, Prop. 1), que é o significado técnico do termo; mas em textos mais antigos o termo pode apresentar também o significado de "setor": Aristóteles, p.ex., ainda usa *tmēma* em ambos os significados (*Física* I.2, 185a14-17; *Do Céu* II, 8, 290a4). Pois bem. Rudio entende que, na citação, *tmēma* oscila entre o significado técnico de "segmento" e o significado antigo de "setor". Eis como se leriam quatro sentenças da citação, de acordo com Rudio:

> Ele [Hipócrates] começa com [...] a proposição de que *segmentos* semelhantes de círculo estão um para o outro assim como os quadrados das suas bases.
> Pois, assim como os círculos estão um para o outro, assim também estão os *setores* semelhantes deles.
> Pois *setores* semelhantes são aqueles que são a mesma parte dos círculos respectivamente, como por exemplo um semicírculo é

semelhante a um semicírculo, e uma terça parte de um círculo a uma terça parte.
É por essa razão também que *segmentos* semelhantes contêm ângulos iguais.

Rudio se justifica argumentando que, à época de Hipócrates, ninguém falaria de uma parte de círculo (a metade, a terça parte etc.) em termos de segmento, mas somente em termos de setor. Isso porque um segmento que fosse $\frac{1}{n}$ de um círculo não poderia ser imediatamente visualizado por construção real (com régua e compasso), ao passo que, ao se dividir o círculo por n raios, obtém-se obviamente 2n setores iguais a $\frac{1}{n}$ do círculo.

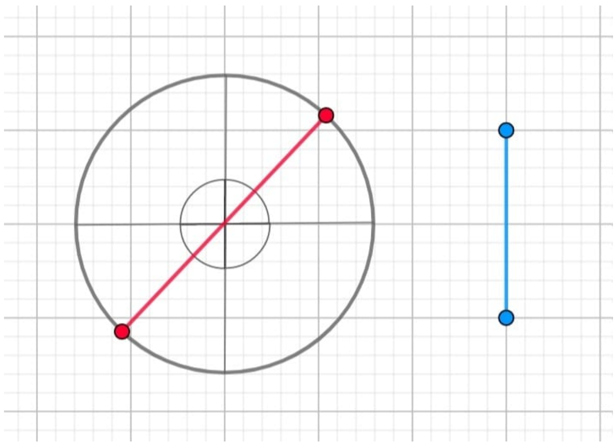

Fig. 2. Não é evidente se o segmento (*tmēma* em sentido técnico) azul é a metade do círculo, mas um raio (segmento vermelho) divide o círculo em dois setores (*tmēma* em sentido antigo) iguais a $\frac{1}{2}$ do círculo.

A tradução de Rudio, de 1907, influenciou trabalhos importantes posteriores, como a *História da matemática* de C. Boyer (1ª edição de 1968). Comentando a citação, Boyer distingue duas proporções: a proporção entre segmentos circulares e os quadrados sobre suas bases, já citada, e outra proporção, entre áreas de círculos e os quadrados sobre seus diâmetros (BOYER 2012, p. 65-66). É claro que a segunda proporção depende de se entender *tmēma* como "setor".

Essa oscilação semântica do termo *tmēma* é perfeitamente esperada no texto de Hipócrates, como Heath (1921, p. 190) admite. O que ele não pode admitir é a justificativa de Rudio, que, a seu ver, equivoca-se ao projetar concepções aceitas pelos matemáticos do início do séc. XX aos gregos do séc. V a.C. Heath assim resume sua divergência:

> Nessas sentenças, então, poderia afinal "segmentos" significar segmentos no sentido próprio [i.e., técnico] (e não setores)? O argumento de que não poderia [i.e., o argumento de Rudio] se assenta na suposição de que os gregos dos dias de Hipócrates não falariam de um segmento que fosse um terço de todo o círculo se eles não conseguissem visualizar isso por construção real. Mas, embora para *nós* a ideia [i.e., a ideia de um segmento igual a uma parte de círculo que não pudesse ser visualizado] não nos serviria de nada, não se segue que

o ponto de vista deles fosse o mesmo que o nosso. Pelo contrário (HEATH, op. cit., p. 190).

Buscando, então, o "ponto de vista deles", Heath recorre à linguagem que eles poderiam ter conhecido. Se Hipócrates estava trabalhando com proporção, ele deve ter usado a mesma linguagem da única teoria da proporção que então se conhecia, a numérica, de origem pitagórica, conservada no Livro VII dos *Elementos* de Euclides. Ora, nessa teoria falava-se de proporção entre números quando o primeiro é para o segundo o que o terceiro é para o quarto, ou seja, "o mesmo múltiplo [1 *infra*], a mesma parte [2] ou as mesmas partes [3]" (VII, Def. 21).

$$(1)\quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}=m$$

$$(2)\quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{1}{n}$$

$$(3)\quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{m}{n}$$

Fig. 3. Dado o conjunto N* = {a, b, c, d}, estando os elementos em proporção, a proporção se dará de uma das três formas acima, com m, n ∈ N* (cf. *El.* VII, Def. 21).

Ou seja: para enunciar uma relação de proporcionalidade, Hipócrates podia dizer que segmentos semelhantes (*tmēma* em sentido técnico) são "a mesma parte" (ou uma terça parte etc.) do círculo. Era mesmo esperado que ele se expressasse assim, nesse contexto: na comunidade de falantes em que Hipócrates estava inserido, ninguém teria necessidade de entender *tmēma* como "setor" para compreender perfeitamente a proporção que se enunciava. Com base nisso, então, Heath defende que, em toda a citação, *tmēma* é usado em seu sentido técnico de "segmento", mesmo sabendo que essa linguagem só estabilizará no séc. IV a.C.

3. Conclusão

Em conclusão, este artigo mostrou que, se a matemática deve fazer mais sentido (e não necessariamente ser mais prática ou cotidiana), é imprescindível o conhecimento da história da matemática, na medida em que esta devolve àquela o seu contexto; se esse conhecimento é imprescindível, a filologia se torna de suma importância, na medida em que busca reconstituir os textos em sua versão mais autêntica para proporcionar o conhecimento mais correto dos mesmos. Dessa forma, o historiador da matemática, e da matemática antiga em especial, deve acumular rigor filológico a rigor matemático, como foi possível perceber da reconstituição da proporção de Hipócrates por *Sir* Thomas Heath.

Referências bibliográficas

AUERBACH, Erich. **Introduction aux études de philologie romaine**. Frankfurt am Main: Vittorio Klosterman, 1965.

BOYER, C.B.; MERZBACH, U.C. **História da matemática**. São Paulo: Blucher, 2012.

BRUNSCHVICQ, Léon. **Étapes de la philosophie mathématique**. Librairie Félix Alcan: Paris, 1922.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

HEATH, Thomas. **A history of greek mathematics 1 (From Thales to Euclid).** New York: Dover Publications, 1981.

HEIDEGGER, Martin. **Caminhos de floresta**. Trad. I. Borges-Duarte et al. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1977.

ORLANDI, Eni Puccinelli. "Discurso, imaginário social e conhecimento". **Em Aberto**, Brasília, ano 14, nº 61, jan./mar. 1994.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SIMPLÍCIO. **On Aristotle' Physics 1.1-2**. Trad. S. Menn. London: Bloomsbury Academy, 2022.

WEST, Martin. **Textual criticism and editorial technique applicable to greek and latin texts**. Stuttgart: B.G. Teubner, 1973.

Recebido para publicação em 26-09-22; aceito em 27-10-22