

Algumas observações sobre o jogo de Sudoku

João Sérgio Lauand¹

As seções de passatempos de jornais e revistas nos oferecem os jogos de Sudoku. Em uma tabela de 9x9 é preciso inserir algarismos de 1 a 9 sem repeti-los em uma linha, coluna ou nos nove blocos de 3x3 que se formam.

Alguns são relativamente fáceis, por conterem muitos números, mas outros têm dificuldade média ou grande, quando os números iniciais diminuem.

História

O Sudoku como hoje conhecemos, foi criado em 1979, por Howard Garns, um arquiteto americano aposentado de 74 anos de idade e construtor de quebra cabeças. O jogo foi publicado pela primeira vez no Japão em 1984, e ganhou projeção mundial após 2004, quando Wayne Gould, um juiz aposentado que conheceu o jogo em uma visita ao Japão em 1997, criou um programa capaz de gerar diferentes jogos e propôs ao jornal Britânico “The Times” que publicasse o passatempo em suas paginas. O sucesso alcançado pelo jogo foi tanto que outros jornais resolveram fazer o mesmo. A partir de então, o Sudoku passou a ganhar popularidade e se transformou em fonte de estudo e pesquisa para diversos matemáticos.

Como construir um jogo

Quando se consegue alguma familiaridade com o jogo, uma pergunta que vem é como construir um exemplar desses. São tantas variáveis que dá a impressão de que é preciso recorrer aos computadores e programas para criar jogos com eficácia.

Um bom jogo deve ter uma solução e que seja única. Vamos tratar aqui das situações em que há o menor número de algarismos iniciais, isto é, sem nenhum que possa ser deduzido pelas próprias regras do jogo.

Simetria

Um jogo qualquer de Sudoku apresenta várias regras de simetria. Se girarmos 90 graus a solução continuará a mesma, apenas alterada pelo giro. Por isso qualquer regra que exista para as linhas é a mesma para as colunas.

Como é lógico, alterar os números também não afeta o resultado, desde que se mantenha a estrutura básica: posição, repetições, etc.

Jogos em tabela 4x4

Em uma tabela de 9x9, com nove algarismos possíveis, é muito difícil tirar conclusões. Podemos utilizar aqui um artifício, muito empregado em solução de problemas, que é trabalhar com um campo menor, semelhante, que possa fornecer padrões. No caso, vamos empregar quatro

¹. Doutor em Educação pela FEUSP.

algarismos e uma tabela 4x4. Para conseguir os blocos internos sempre será preciso trabalhar com números quadrados, 1, 4, 9, 16, etc., resultado de 1, 2, 3, 4, etc. algarismos.

Em uma tabela de 4x4 se os algarismos iniciais forem três o problema não está definido, isto é, não há uma solução única, que foi uma das regras que estabelecemos.

Será possível encontrar uma solução partindo de quatro algarismos? Sim, apresentamos a seguir um jogo assim. A solução, que não é difícil de ser conseguida, está no final.

1			
	2		
		3	
4			

Mas há tabelas com 4 algarismos que não têm solução. Apresentamos a seguir um exemplo.

1			
	2		
		3	
			4

Isso comprova que posição dos algarismos iniciais conta muito para a solução.

Uma técnica de solução

Muitos dos que jogam Sudoku desenvolveram um método prático para ajudar a resolver os problemas. Ao observar a tabela, vemos que há casas em que um algarismo pode estar e outras em que não pode. Quando as possibilidades são apenas duas em uma linha, coluna ou grupo, muitos jogadores escrevem essas possibilidades, com letra menor, em um canto da casa. Aplicando esse método à última tabela obtemos:

1	34	24	23
34	2	14	13
24	14	3	12
23	13	12	4

A observação dessa tabela nos revela que se introduzirmos qualquer número além dos quatro iniciais, em qualquer posição, teremos um jogo válido, com solução única. Será um jogo com 5 algarismos iniciais. A maioria desses jogos têm solução. Mas há alguns com cinco algarismos, como o que vai a seguir, que não têm solução única.

1			
2			1
3			
		2	

Será preciso acrescentar um sexto algarismo. Tente resolver e comprovará que não pode ser posto qualquer número. Muitos já estão definidos pelas regras do jogo.

Com situações especiais é possível encontrar uma tabela com 6 algarismos que também não conta com uma solução única.

1			2
2			1
	1		
4			

A conclusão a que chegamos, por observação sem uma prova definitiva, é que nas tabelas 4x4 para terem solução os jogos devem ter de 4 a 7 algarismos iniciais. Se tiverem menos o jogo não tem solução e se tiverem mais alguns números podem ser deduzidos, o que vai contra as hipóteses que formulamos no início. Parece também que a maioria dos jogos contêm 5 algarismos, e os de 4, 6 ou 7 são em menor número.

Os jogos de 9x9

É como aparecem nos jornais e revistas de passatempos. Os jogos difíceis têm, em geral, entre 23 e 27 algarismos iniciais. Como o total é de 81 casas isso dá, para 25, um valor de 30% das casas ocupadas, enquanto considerando os jogos de 5 em 4x4 temos 31%, um valor bem próximo.

Observando os jogos difíceis propostos notamos que, em geral, ocupam todas as linhas e colunas, ficando, às vezes, alguma livre.

Em um artigo escrito por estudantes do ensino médio de Bauru (file:///C:/Users/joaos/OneDrive/Documentos/Jo%C3%A3o/Meus%20documentos/Matematica/Sudoku/v12a03-a-matematica-por-tras-do-sudoku.pdf), encontrei uma informação que me surpreendeu. Alguém conseguiu fazer um jogo válido com apenas 17 algarismos iniciais, bem abaixo dos 25 habituais. Surpreendente também é que sua resolução foi bem mais simples do que as de outros jogos que já encontrei. Ponho o jogo a seguir e, no final, a solução e um jogo, com 24 algarismos, que considere de solução bem difícil.

			8		1			
							4	3
5								
				7		8		
						1		
	2			3				
6							7	5
		3	4					
			2			6		

Solução de um jogo com 4 algarismos iniciais

1	4	2	3
3	2	4	1
2	1	3	4
4	3	1	2

Solução de um jogo com 17 algarismos

2	3	7	8	4	1	5	6	9
1	8	6	7	9	5	2	4	3
5	9	4	3	2	6	7	1	8
3	1	5	6	7	4	8	4	2
4	6	9	5	8	2	1	3	7
7	2	8	1	3	9	4	5	6
6	4	2	9	1	8	3	7	5
8	5	3	4	6	7	9	2	1
9	7	1	2	5	3	6	8	4

Um jogo de Sudoku bem difícil

		9	5		4	6		
			8		1			
5								1
7	2						9	5
6	3						2	8
8								4
			3		9			
		4	2		6	3		

Recebido para publicação em 20-01-25; aceito em 10-02-25