

O dilema em registros judiciais e matemáticos gregos (séculos V-III a.C.)

Jonathas Ramos de Castro¹

Resumo: Este artigo estuda a relação entre direito e matemática na Grécia a partir da identificação, em discursos de Górgias e de Demóstenes, e em uma proposição de Euclides, de uma estrutura argumentativa comum.

Palavras Chave: Direito; matemática; Górgias; Euclides, dilema e estrutura dilemática.

Dilemma in Greek judicial and mathematical records (5th-3rd centuries BC.)

Abstract: This article studies the relationship between law and mathematics in Greece based on the identification, in speeches by Gorgias and Demosthenes, and in a proposition by Euclid, of a common argumentative structure.

Keywords: Law; mathematics; Gorgias; Euclid; dilemma and dilemmatic structure.

La corrélation entre mathématiques, nombres, équilibre et justice, entre droit et calcul, était commune dans les sociétés antiques.

Bernard Vitrac

Introdução

O estudo a seguir consiste em uma breve incursão no pouco explorado, e talvez pouco florido, campo aonde afluem a história do direito, a história da filosofia do direito e a história da matemática. Argumenta-se a favor da existência de certa relação, na Grécia antiga, entre o direito e a matemática. Relação que foi, senão provocada, ao menos facilitada pela introdução da retórica na teoria e na prática judiciárias gregas, ao lado (e talvez em detrimento) das então existentes doutrinas de direito natural. O indício que se apresenta é uma espécie de silogismo chamado dilema (*dilēmaton*, *dilēmma*). Originalmente um argumento jurídico – teorizado em exercícios de retórica judiciária, como o *Encômio a Helena* de autoria do sofista Górgias (séc. V a.C.²), e praticado nos discursos proferidos perante a Assembleia ateniense, como a *Oração sobre a Coroa* do orador Demóstenes (séc. IV) –, o dilema foi amplamente empregado pelos matemáticos da escola alexandrina, como significativamente indica a Proposição VII.31 dos *Elementos* de Euclides (séc. III).

1. Direito e matemática nas sociedades antigas

É bem conhecido o relato do suposto nascimento da geometria no Egito, no segundo livro das *Histórias* de Heródoto: o rei Sesóstris, dividindo o país, deu a cada egípcio a mesma parcela quadrada de terra, instituiu um imposto anual e determinou que, caso um proprietário, na alta do Nilo, perdesse uma porção de terra para o rio,

¹ Doutor em Filosofia do Direito pela Faculdade de Direito da Universidade de São Paulo (SP).

² Doravante todas as datas são a.C. (ou a.E.C.), a menos que se diga o contrário.

oficiais medissem o quanto fora perdido e o proprietário pagasse o imposto com uma dedução proporcional à porção de terra perdida³. Observando, em relatos como esse, o entrelaçamento entre a prática da geometria plana e o poder soberano de tributar, Bernard Vitrac afirmou: “A correlação entre matemáticas, números, equilíbrio e justiça, entre direito e cálculo, era comum nas sociedades antigas”⁴. Com algum grau de certeza, pode-se dizer que essa correlação foi consequência direta da Revolução Agrícola (ca. 3.000), que fixou a antiga sociedade de caçadores e coletores à terra. Pois do cultivo da terra se seguiram, de um lado, uma matemática prática, ligada às necessidades relacionadas ao plantio e dependente, para se desenvolver, de estabilidade social e jurídica⁵; de outro, o monopólio do direito, na figura de um poder centralizado capaz de decidir com autoridade sobre uma sociedade baseada na economia agrícola, dependente, para administrar essa sociedade, dos saberes técnicos proporcionados pela matemática⁶.

Essa relação entre direito e matemática parece ter existido também na civilização grega, e de forma ainda mais marcante, considerando que a Grécia forneceu, por razões que muito se debatem, ambiente propício para o desenvolvimento tanto de formas de racionalidade dedutiva (as matemáticas, a filosofia, a ciência⁷) quanto de instituições jurídicas (os tribunais⁸). De fato existem relatos de que os legisladores atenienses e espartanos teriam se inspirado em modelos matemáticos para organizar, juridicamente, suas cidades-estado⁹. Mas não somente ao nível da produção da vida material (economia, governo, sociedade) parece ter se restringido a experiência grega da relação entre direito e matemática; caracteristicamente, os gregos parecem tê-la experimentado também a níveis mais abstratos¹⁰. Ao nível do discurso e do pensamento. Não é preciso dizer que a demonstração matemática e a argumentação jurídica são usos muito distintos da razão, do que os próprios gregos já tinham plena

³ Heródoto, *Histórias*, II, 109.

⁴ VITRAC, 2004. Também ROQUE, 2012, p. 93.

⁵ EVES, 2004, p. 57: “A matemática primitiva necessitava de um embasamento prático para se desenvolver, e esse embasamento veio a surgir com a evolução para formas mais avançadas de sociedade”.

⁶ EVES, 2004, p. 52-56.

⁷ Existe um consenso, entre alguns autores, em torno da fundação grega da racionalidade dedutiva: “Em suma, a matemática é uma ciência grega” (HEATH, 1981, p. v); “A filosofia fala grego” (CHÂTELET, 1973, p. 17), “Uma descrição adequada da ciência seria dizer que ela consiste em ‘pensar sobre o mundo à maneira grega’” (BURNET, 2006, p. 11). Outros autores preferem uma posição mais cética: Roque no caso da matemática (“é claro que desconstruir a história, idealizada, sobre a origem grega de nossa matemática não se impõe somente como uma obrigação moral [...]”, ROQUE, 2012, p. 24); Billier e Maryioli no caso da filosofia (“O Ocidente adora ver na Grécia Antiga uma fundação original da razão, para não dizer absoluta. A filosofia, como a própria etimologia da palavra revela, seria uma invenção grega”, BILLIER-MARYIOLI, 2005, p. 2); Vlastos no caso da ciência (“Será que nossa ideia de ciência também é uma herança grega? Será que eles realmente descobriram o que agora entendemos por ‘ciência’?”, VLASTOS, 1975, p. 9).

⁸ Um testemunho cômico do apreço (desmedido) dos atenienses pelo tribunal é proporcionado pelo personagem Filocléon da comédia *As Nuvens*, de Aristófanes. Outro testemunho (crítico, não cômico) da cultura jurídica ateniense é proporcionado por Platão, em diálogos como *Górgias*, *República* e *Teeteto*.

⁹ “Clístenes abordou os problemas de Atenas como se já existisse o sistema métrico [...] aplicando na administração da cidade soluções definidas matematicamente” (BARKER, 1978, p. 19); “Pois sem dúvida sabes que Licurgo banuiu da Lacedemônia a proporção aritmética, julgando-a democrática e plebeia, mas introduziu a proporção geométrica, distinta pela sua prudência oligárquica” (Plutarco, *Quaestiones Convivales*, II).

¹⁰ Tanto na matemática como no direito, os gregos não se contentaram com um simples conhecimento prático. O surgimento da geometria entre os gregos é descrito por Proclo, provavelmente citando Eudemo, como uma mudança “da sensação para o cálculo” (PROCLO, *Comentário ao Primeiro Livro dos Elementos de Euclides*, I, 68); a ciência do direito grega, diz Darestes (após justificar a existência de um tal saber entre os gregos, ainda que diferente daquele desenvolvido pelos romanos), “teve um caráter menos prático, menos positivo, mas mais elevado”, porque buscava “recuar aos princípios gerais de toda legislação” (DARESTE, 1893, p. 3-4).

consciência¹¹; isso não impediu, porém, que, entre estes, aqueles usos tenham se reforçado mutuamente em algumas situações. É o caso do dilema.

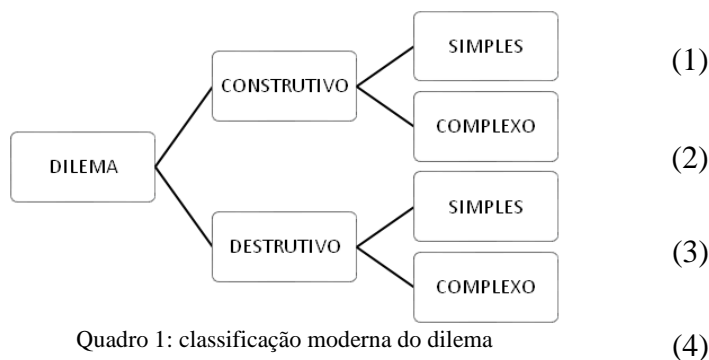
2. Dilema e estrutura dilemática

2.1. Conceito moderno de dilema, classificação e características principais

Em sentido lógico, chama-se dilema o silogismo cuja premissa maior é uma proposição hipotética composta e a menor, uma proposição disjuntiva¹².

Define-se uma proposição disjuntiva como “a expressão de uma predicação alternativa”¹³: “ q ou r ” ou simplesmente ($q \vee r$). Proposição hipotética, por sua vez, é aquela que “afirma uma conexão entre duas possibilidades”¹⁴, chamadas “antecedente” e “consequente”. A proposição hipotética pode ser simples ou composta. Será simples se possuir somente um termo (i.e., uma proposição simples) em ambas as posições de antecedente e consequente: assim, “se q , então r ”, ou simplesmente ($q \rightarrow r$). Será composta se possuir uma pluralidade termos (i.e., uma proposição composta) nas posições do antecedente e/ou do consequente¹⁵.

Todo dilema se subdivide em dilemas construtivos e dilemas destrutivos: nos primeiros, a premissa menor afirma o antecedente da maior; nos segundos, a premissa menor nega o consequente da maior¹⁶. Os dilemas construtivos e destrutivos se subdividem ainda em simples e complexos: o dilema construtivo será (1) simples se a premissa maior possuir uma proposição simples no consequente e (2) complexo, se possuir uma proposição composta nessa posição; o dilema destrutivo será (3) simples se a premissa maior possuir uma proposição simples no antecedente e (4) complexo, se possuir uma proposição composta nessa posição (Quadro 1 *infra*):



Quadro 1: classificação moderna do dilema

¹¹ Veja-se, por exemplo, ARISTÓTELES, *Ética a Nicômaco* I 1094b20: “É igualmente desarrazoado aceitar conclusões meramente prováveis de um matemático e exigir demonstração estrita de um orador”.

¹² WELTON, 1912, p. 376.

¹³ DAVIES, 1925, p. 340.

¹⁴ DAVIES, 1925, p. 347.

¹⁵ Exemplos de proposições hipotéticas complexas:

$$(p \vee q) \rightarrow r$$

$$p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \wedge (q \vee r) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$$

$$(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$$

¹⁶ O dilema segue as mesmas leis do silogismo hipotético (DAVIES, 1925, p. 357): o dilema construtivo é uma variação do *modus ponens* (em um silogismo hipotético, quando a premissa menor afirma o antecedente da maior) e o destrutivo, do *modus tollens* (quando, no mesmo tipo de silogismo, a premissa menor nega o consequente da maior). Sobre essas espécies de silogismo hipotético e suas subespécies (*ponendo ponens*, *tollendo ponens*, *ponendo tollens* e *tollendo tollens*), ver DAVIES, 1925, p. 351-354.

Na linguagem formalizada atual¹⁷, os quatro tipos de dilema assim se expressariam (destacam-se em **negrito** as proposições simples ou compostas):

Tipo	Forma extensa	Forma reduzida
(1)	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (p \vee q)] \rightarrow r$	$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \wedge (p \vee q)\} \rightarrow r$
(2)	$[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee s)$	$\{[(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)] \wedge (p \vee r)\} \rightarrow (q \vee s)$
(3)	$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (\sim q \vee \sim r)] \rightarrow \sim p$	$\{[p \rightarrow (q \vee r)] \wedge (\sim q \vee \sim r)\} \rightarrow \sim p$
(4)	$[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\sim q \vee \sim s)] \rightarrow (\sim p \vee \sim r)$	$\{[(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)] \wedge (\sim q \vee \sim s)\} \rightarrow (\sim p \vee \sim r)$

Quadro 2: os quatro tipos de dilema, em suas formas extensa e reduzida

Nos manuais de lógica do começo do século passado¹⁸, esses mesmos argumentos podem ser encontrados de outra maneira, a partir da forma reduzida (*supra*):

Tipo	Notação alternativa
(1)	$\begin{array}{l} \text{Se } p \text{ ou } q \text{ então } r \\ p \text{ ou } q \\ \hline r \end{array}$
(2)	$\begin{array}{l} \text{Se } p \text{ ou } r, \text{ então } q \text{ ou } s \\ p \text{ ou } r \\ \hline q \text{ ou } s \end{array}$
(3)	$\begin{array}{l} \text{Se } p \text{ então } q \text{ ou } r \\ \text{Não } q \text{ ou não } r \\ \hline \text{Não } p \end{array}$
(4)	$\begin{array}{l} \text{Se } p \text{ ou } r \text{ então } q \text{ ou } s \\ \text{Não } q \text{ ou não } s \\ \hline \text{Não } p \text{ ou não } r \end{array}$

Quadro 3: os quatro tipos de dilema, em notação alternativa

¹⁷ MORA, 2000, p. 739; MURCHO, 2005, p. 250.

¹⁸ WELTON, 1912, p. 378-379. DAVIES, 1925, p. 357-359.

Como se vê, é característico do dilema forçar a escolha de uma alternativa entre duas ou mais¹⁹, tal que todas conduzem ao mesmo resultado (princípio da inevitabilidade): esse pode ser um resultado desfavorável ao oponente (sentido forte do princípio da inevitabilidade) ou apenas um resultado desejado pelo proponente (sentido fraco do princípio da inevitabilidade)²⁰. Ademais, o dilema, seja em qual caso for, será tanto mais eficaz, como argumento, quanto mais a disjunção na premissa menor exaurir o campo das possibilidades (princípio da exaustividade)²¹: por exemplo, no dilema construtivo simples (caso 1 *supra*) a premissa menor afirma ($p \vee q$); se apenas p ou q forem o caso, então em qualquer caso r .

Ainda no contexto da teoria moderna do dilema, note-se que a disjunção na premissa menor (consequente) de um dilema pode apresentar mais de duas proposições compostas; nesse caso, fala-se em polilema. Por exemplo, é um polilema construtivo simples (tipo 1, vide Quadros 1-3 *supra*) o argumento a seguir, em suas formas extensa e reduzida respectivamente:

$$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (a \rightarrow r) \wedge (b \rightarrow r) \wedge (p \vee q \vee a \vee b)] \rightarrow r$$

$$\{[(p \vee q \vee a \vee b) \rightarrow r] \wedge (p \vee q \vee a \vee b)\} \rightarrow r$$

O que na notação alternativa apresentada se lê:

$$\begin{array}{l} \text{Se } p \text{ ou } q \text{ ou } a \text{ ou } b \text{ então } r \\ p \text{ ou } q \text{ ou } a \text{ ou } b \\ \hline r \end{array}$$

2.2. Dilema e estrutura dilemática entre os gregos

À sua maneira, os gregos já estavam familiarizados com dilemas. O texto paradigmático é o tratado *Da Invenção* do retórico grego Hermógenes de Tarso, ativo no século II da era cristã. Hermógenes estuda uma forma de dilema (*dilēmmaton*, equivalente ao menos usado *dilēmma*, lit. “premissa dupla”²²) em que, a partir de termos opostos entre si, chega-se à mesma conclusão. Como exemplo, é proposto o seguinte argumento: “Quer tu te cases com uma mulher bela quer com uma mulher feia, não há conveniência de te casares”, pois “uma mulher bela é promíscua e uma

¹⁹ “Forçar, pelo argumento, a aceitação de uma ou outra dentre um par de alternativas é a função principal do dilema” (DAVIES, 1925, p. 355).

²⁰ Em sentido forte: “Quando usadas para propósitos retóricos, essas alternativas são de um tipo tal que, enquanto uma delas deve ser aceita, ambas conduzem a resultados desagradáveis (DAVIES, 1925, p. 355). Em sentido fraco: “[Dilema é um] argumento quase-lógico em que dois ou mais termos de uma alternativa conduzem à mesma consequência” (REBOUL, 2004, p. 171).

²¹ “A disjunção na premissa menor [do dilema] deve exaurir cada possível alternativa” (WELTON, 1912, p. 384); “[O dilema] inclui todas as possíveis asserções sobre seu assunto a título de alternativas” (CREIDGHTON, 1932, p. 171); um dos defeitos que torna vicioso o dilema acontece “quando a disjuntiva sobre a qual ele está fundado é defeituosa, não compreendendo todos os membros do todo que se divide” (ARNAULD, 1992, p. 216); “no silogismo disjuntivo, a premissa maior [equivalente, no dilema, à premissa menor] tem que ser verdadeira, i.e., não pode haver alternativa que ela não mencione” (AIKINS, 1912, p. 186); na proposição disjuntiva, que forma a premissa menor do dilema, a série de alternativas deve ser exaustiva (DAVIES, 1925).

²² ABBAGNANO, 2013, p. 287. Foram consultados CHANTRAINE, 1968; BOZAICQ, 1919; MUGLER, 1958; PETERS, 1967. Não foram localizadas entradas para *dilēmmaton* ou *dilēmma*.

mulher feia é dolorosa (de se olhar)”²³. Simplificando, casando-se com uma mulher bela ou com uma mulher feia (opostos), em qualquer caso casar não é conveniente (conclusão). Um argumento de validade duvidosa, certamente, mas de qualquer forma um dilema.

Os termos *dilēmmaton*, *dilēmma* não parecem ocorrer em textos anteriores a Hermógenes²⁴; mas isso não significa que o argumento já não fosse conhecido por autores precedentes. O próprio exemplo proposto por Hermógenes é uma combinação de argumentos mais antigos²⁵. Aristóteles o descreveu, sem lhe atribuir um nome, entre os tópicos dos entimemas (ou silogismos retóricos) demonstrativos tirados dos seus contrários: aquele que consiste em, quando necessário aconselhar ou desaconselhar sobre duas coisas opostas, recorrer às consequências. Aristóteles exemplifica com o seguinte: “Uma sacerdotisa se recusou a permitir que seu filho falasse em público: ‘Pois’, disse ela, ‘se disseres o que é justo, os homens odiar-te-ão; se disseres o que é injusto, os deuses [odiar-te-ão]’”²⁶. Dizendo o que é justo ou o que é injusto, em qualquer caso ele será odiado.

Note-se que os dois exemplos, o de Hermógenes e o de Aristóteles, são casos do mesmo argumento apresentado anteriormente, a saber, um dilema construtivo simples (tipo 1, vide Quadros 1-3 *supra*).

Sensível a esse fato – de que, mesmo as palavras *dilēmmaton* ou *dilēmma* tendo se difundido apenas a partir do século II d.C., argumentos pelos quais são postas uma alternativa entre duas proposições opostas e suas consequências já serem conhecidos tempos antes –, Jean-Louis Gardies reserva a expressão “estrutura dilemática do raciocínio” (*structure dilemmatique du raisonnement*)²⁷ para descrever esses argumentos encontrados em registros anteriores a Hermógenes, notadamente em discursos forenses e em tratados matemáticos, como o *Encômio a Helena* de Górgias (séc. V), a *Oração sobre a Coroa* de Demóstenes (séc. IV) e a Proposição VII.31 de Euclides (séc. III).

3. Prova dilemática e argumentação jurídica

3.1. Transformação do conceito de lei no século V a.C.

Górgias foi um membro da primeira geração de sofistas, e aquele que mais se interessou pela retórica²⁸ – pela retórica que persuade na assembleia (*ēkklesia*) e no conselho (*boulē*), certamente, mas também por aquela espécie de retórica que persuade especificamente nos tribunais (*dikastēria*). De fato, é como um mestre do *dikanikón*, ou discurso forense²⁹, que Platão, uma geração mais tarde, apresenta Górgias no diálogo homônimo: Górgias é aquele que domina a arte retórica (Gorg. 449a), e a arte

²³ Hermógenes, *Da Invenção*, IV, 6, 193-194.

²⁴ KNEALE; KNEALE, 1962, p. 182.

²⁵ Pode-se remeter o exemplo de Hermógenes a dois argumentos preservados em Diógenes Laércio. Um é atribuído a Sócrates: “Quando perguntado se um homem deve ou não se casar, ele disse: ‘O que quer que fizeres, arrepender-te-ás’” (II, 33). O outro é atribuído aos cínicos Bión e Antístenes: “Quando perguntado por alguém se deveria se casar – pois essa observação também é atribuída a ele [Bión] –, ele disse: ‘Se tua esposa for feia, terás de bater nela; se bela, terás de compartilhá-la’” (IV, 48). Argumento semelhante é atribuído a Antístenes em VI, 3.

²⁶ Aristóteles, *Retórica*, II, 23, 1399a 15.

²⁷ GARDIES, 1997, p. 284.

²⁸ Em uma conhecida passagem do *Mênon* de Platão, Mênon diz: “[Górgias] acredita que é em falar que é preciso fazer hábeis os homens” (*Mênon*, 95c). Veja-se também: “Uma vez que a retórica estava no currículo de todo sofista, Górgias deve tê-la colocado em lugar proeminente em sua vitrina mais do que qualquer outro” (GUTHRIE, 1995, p. 252-253); “Entre todos, Górgias é a personalidade mais respeitada, quase como se fosse o pai da retórica” (BONAZZI, 1028, p. 188).

²⁹ Aristóteles, *Retórica* I 1358b1-6.

retórica é a persuasão que se encontra nos tribunais, o que é repetido diversas vezes ao longo do diálogo, como por exemplo na passagem Gorg. 511c, em que Sócrates diz a Cálicles, com ironia: “A retórica nos salva nos tribunais”³⁰.

Não é fortuito o interesse de Górgias pela retórica forense. Sua época (séc. V) inaugurava uma nova concepção de lei (*nómos*), cuja premissa básica estava fixada no discurso (*lógos*) e não mais na natureza (*phýsis*). A novidade, em seus grandes traços, pode ser descrita como se segue. A antiga concepção dos poetas arcaicos e dos físicos pré-socráticos havia garantido ao direito e à justiça uma base estável na ordem do universo; o *nómos* estava enraizado na *phýsis*³¹. Os legisladores dos sécs. VII e VI, por sua vez, deram os primeiros passos em direção à ruptura entre *nómos* e *phýsis* ao introduzir a lei escrita³², mas não chegaram a admitir a lei como pura criação do discurso³³. A passagem do *nómos-phýsis* para o *nómos-lógos* foi realizada apenas com sofistas, muito em função da importância dada por eles ao problema do humano e, especialmente, ao problema do discurso. Essa ênfase no discurso, quando aplicada a questões de direito e justiça, implicou uma valorização da retórica e da argumentação jurídica em detrimento dos proto-sistemas de direito natural então existentes. A lei não é um dado da natureza; a lei é criada pelo discurso (i.e., pela retórica) *in loco* (i.e., nos tribunais). Em última análise, é o discurso que faz a lei, e justamente por isso o discurso forense é capaz de “nos salvar” nos tribunais. Daí o interesse daqueles “que frequentam os tribunais”³⁴ pela retórica, como arte do discurso, e pelos recursos de persuasão que ela proporciona. Dentre esses recursos constam os argumentos de estrutura dilemática.

3.2. A estrutura dilemática da argumentação jurídica no *Encômio a Helena* e na *Oração sobre a Coroa*

Dos textos de Górgias que sobreviveram em sua integralidade, alguns revelam a sua habilidade com o uso forense do discurso, e não é improvável que, originalmente, tenham tido a função de propagandear essa mesma habilidade para vendê-la a quem se interessasse em pagar por ela³⁵; entre eles está o *Encômio a Helena* (Fr. 11 Diels-Kranz³⁶). O *Encômio* gira em torno de um problema jurídico: trata-se de demonstrar as excludentes de responsabilidade de Helena – personagem da tradição épica homérica, rainha de Esparta, esposa de Menelau – pelos fatos de que é acusada – abandonar a família para fugir com Páris, príncipe de Troia, e causar a guerra³⁷.

³⁰ Duas outras passagens interessantes que revelam o destaque dado por Platão à retórica como *dikanikón* ou discurso forense: Gorg. 454b, em que Górgias define a retórica como a persuasão que se encontra “nos tribunais e nas demais aglomerações”; Gorg. 471e, quando Sócrates diz que Polo tenta refutar retoricamente, como aqueles nos tribunais presumem refutar.

³¹ Por todos: “Pois todas as leis humanas se nutrem da lei divina, que é única” (Heráclito, Fr. 91b Burnet).

³² “Um código de leis exarado por legislador humano cujo nome era conhecido... não podia ser aceito à maneira antiga como parte da ordem permanente das coisas” (GUTHRIE, 1995, p. 22).

³³ “A contribuição dos legisladores é, pois, paradoxal: eles introduzam a escrita das leis, mas não reconhecem as leis como puras criações do discurso. Por trás do positivo permanece o natural, como por trás do legislador se encontra Apolo”. BILLIER-MARYIOLI, 2005, p. 57. Também GUTHRIE, 1995, p. 22.

³⁴ A expressão οἱ ἐν δικαστηρίοις κολινδοῦμενοι figura em Platão, *Teeteto*, 172c-d.

³⁵ Prática comum entre os sofistas, conforme p.ex. BONAZZI, 2018, p. 180. Para Guthrie, seriam exemplos de modelos apresentados em manuais de instrução retórica: GUTHRIE, 1995, p. 251.

³⁶ O texto grego se encontra em DIELS-KRANZ, 2006, p. 288-303. Consultou-se a tradução em vernáculo de DINUCCI, 2009.

³⁷ DONINI FERRARI, 2012, p. 67. Vale observar que o “caso Helena” era muito conhecido nos tempos de Górgias, como uma breve revisão da poesia arcaica o demonstra: na épica, a *Ilíada* parece reforçar sua responsabilidade (Ilíada III, 172-6), enquanto a *Odisseia* parece excluí-la (Odisseia IV, 260-2). Na

Górgias abre o *Encômio* expondo diretamente sua pretensão: “Eu anseio, oferecendo com um discurso uma explicação e revelando a verdade, suprimir a responsabilidade dela [i.e., de Helena]” (2³⁸). O *Encômio* revela-se uma defesa: Górgias quer defender³⁹ Helena contra as críticas e isentá-la de responsabilidade (*aitía*, 2); para isso, ele deve expor as razões (5) pelas quais Helena fez o que fez. Tais razões são expostas da seguinte maneira: “Pois ela fez o que fez ou pelos anseios da fortuna e pelas resoluções dos deuses e pelos decretos da necessidade ou agarrada à força ou seduzida pelas palavras ou capturada pela paixão” (6). Percebe-se que essa relação de quatro elementos pretende esgotar o campo do possível. De cada uma dessas quatro razões Górgias deduz a inculpabilidade de Helena: no primeiro caso, devem responder o divino, a fortuna e a necessidade, porque, sendo mais fortes do que o homem, o comandam e conduzem (6); no segundo, quem a forçou, porque agiu ilegalmente (7); no terceiro, quem a persuadiu, pois “o discurso é um grande e soberano senhor” (8) que afeta a alma (9), e a persuasão “tem o mesmo poder” da necessidade, e quem usou a persuasão pelo discurso para constranger Helena agiu injustamente (12); no quarto, devem responder o divino (Éros) e a necessidade, pelos quais a visão – que “agita a alma” (16) – de Helena foi movida pelo desejo provocado pelo corpo de Páris (18-19). Em cada um desses quatro casos, Helena não tem responsabilidade. Como são possíveis apenas esses quatro casos, então em nenhum caso Helena tem responsabilidade, o que é reforçado no encerramento do discurso (20):

De fato, como é necessário crer justa a repreensão de Helena, a qual fez as coisas que fez seja apaixonada, seja persuadida pelo discurso e pela força tomada, seja constrangida sob a influência da divina Necessidade? Subtrai-se [dela] completamente a responsabilidade.

Em suma: apresentam-se todas as razões possíveis pelas quais Helena teria agido; para cada caso, demonstra-se que Helena é inocente; conclui-se que, em qualquer caso, Helena é inocente. Em termos modernos, o argumento é apresentado na forma de um polilema construtivo simples (tipo 1, vide Quadros 1-3 *supra*).

Se no *Encômio* de Górgias o raciocínio dilemático, embora estrutural, ainda está restrito a um âmbito que se poderia dizer escolar (admitindo-se que o discurso tenha servido como manual de retórica judiciária), seu emprego efetivo na prática forense grega está atestado na *Oração sobre a Coroa*, de Demóstenes.

Nesse longo discurso, proferido em julho ou agosto do ano 330, Demóstenes defende-se a si mesmo contra Ésquines. Este, orador rival daquele, propusera em torno do ano 336, em Atenas, uma ação pública de ilegalidade (*graphé paranómōn*) perante a Assembleia, visando suspender os efeitos de um decreto do orador Ctesifonte, aprovado pelo Conselho, que propunha homenagear Demóstenes com uma coroa pelos serviços por ele prestados à cidade e ao povo atenienses durante a guerra contra Felipe da Macedônia. Em determinada altura do discurso⁴⁰, Demóstenes dirige-se aos seus julgadores nos seguintes termos:

mélica, culpavam-na Alceu (Fr. 283), Safo (Fr. 16, v. 6-11) e Íbico (Fr. S 151, v. 5-7); defendeu-a Estesícoro (Fr. 192).

³⁸ Os números entre parênteses correspondem à seção em Diels-Kranz.

³⁹ O verbo, que ocorre no *Encômio* em 8, é *apologésasthai*, um termo jurídico, o mesmo que Platão usa em *Apologia* 18a.

⁴⁰ Na *Oração*, o raciocínio dilemático não tem a mesma importância estrutural que no *Encômio*; dessa forma, por objetividade, no caso de Demóstenes me permiti não proceder como fiz com Górgias, preferindo, ao invés de apresentar todo o discurso (ainda que de forma resumida), limitar-me apenas ao

Quanto a mim, eu perguntaria de boa vontade a Ésquines se, no momento em que essas coisas aconteciam e a cidade estava repleta de emulação, de alegria e elogios, ele se associou aos sacrifícios e à satisfação da maioria, ou se ele ficou em casa, desgostoso, lamurioso, irritado com a felicidade pública. Se ele estava presente e se apresentou no meio dos outros, não age agora de maneira escandalosa, ou mesmo sacrílega, quando, tendo tomado ele mesmo os deuses como testemunhas da excelência desses atos, pretende fazer-vos a vós, que jurastes pelos deuses, votar que eles não eram excelentes? Se ele não estava presente, não merece mil vezes a morte, porque lhe dóia ver aquilo que causava alegria aos outros?⁴¹

Veja-se: Ésquines estava com o povo ou estava em casa (seja $p \vee r$). Se estava comemorando com o povo, então confessou, com o povo e na presença dos deuses, a excelência dos atos praticados por Demóstenes, os mesmos atos que, na sua ação, quer agora ver declarados pelos jurados como não sendo excelentes; portanto, Ésquines age de maneira contraditória, escandalosa e sacrílega (seja $p \rightarrow q$). Se estava em casa, recusando-se a se apresentar com o povo, porque entristecido pela felicidade alheia e pela vitória de seu adversário, então Ésquines age de maneira mesquinha e egoísta, merecendo, portanto, a morte (seja $r \rightarrow s$). A conclusão implícita é que Ésquines age de maneira escandalosa e sacrílega ou merece a morte ($q \vee s$). Como se pode perceber, a estrutura do argumento é a seguinte:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee s)$$

Alternativamente:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Se } p \text{ então } q \text{ e se } r \text{ então } s \\ p \text{ ou } r \end{array}}{q \text{ ou } s}$$

O que caracteriza, na classificação moderna, um dilema construtivo complexo (tipo 2, vide Quadros 1-3 *supra*).

4. Prova dilemática e demonstração matemática

4.1. A estrutura dilemática da Proposição VII.31

Gardies observou que algumas proposições constantes dos *Elementos* de Euclides apresentam a mesma estrutura dilemática encontrada no *Encômio* e na *Oração*, textos associados, como visto, à teoria e à prática judiciárias gregas⁴². Entre os exemplos que propôs, destaca-se a Proposição 31 do Livro VII (doravante, VII.31), uma das mais essenciais da matemática grega e da história da matemática em geral.

argumento dilemático propriamente. Uma contextualização detalhada pode ser encontrada no estudo introdutório à *Oração* constante da edição de Georges Mathieu (*Les Belles Lettres*, 1958).

⁴¹ Demóstenes, *Oração sobre a Coroa*, 217.

⁴² A “estrutura dilemática do raciocínio”, ele diz, é “comum ao procedimento judiciário e ao raciocínio matemático”. GARDIES, 1997, p 284. No entanto, há diferenças, as quais Gardies descreve oportunamente.

Na organização dos *Elementos*, o Livro VII é o primeiro dedicado à aritmética. No contexto euclidiano, aritmética pode ser entendida como o estudo “daquelas grandezas particulares, todas comensuráveis entre si, que são constituídas pelos números”⁴³ – para ser preciso, apenas pelos números inteiros positivos, excluídos o zero, que os gregos não conheciam, e o 1, que não era considerado número⁴⁴. Dentre as proposições que compõem o Livro VII, a trigésima primeira tem grande importância para a aritmética, porque garante a decomposição de um número em fatores primos, uma operação requerida nos cálculos do mínimo múltiplo comum (M.M.C.) e do máximo divisor comum (M.D.C.) entre dois ou mais números.

A VII.31 depende de apenas duas definições (*hóroi*⁴⁵), que seguem, na tradução de Heath⁴⁶: “Um número primo é aquele que é medido por uma unidade apenas” (Def. 11); “Um número composto é aquele que é medido por algum número” (Def. 13). A enunciação em termos gerais⁴⁷ da VII.31 se dá como se segue, na tradução de Bicudo⁴⁸: “Todo número composto é medido por algum número primo”. Na preparação, Euclides considera certo número composto A; na especificação, afirma que A é medido por algum número primo; na construção, introduz o número B, que mede A. A prova se desenvolve da seguinte maneira:

Ou B é primo ou B é composto.
 Se B for primo, então A é medido por algum primo (I).
 Se B for composto, então B é medido por algum primo.
 Seja C um número que mede B. Então, porque B mede A, C mede A.
 Se C for primo, então A é medido por algum primo (II).
 Se C for composto, então C é medido por algum primo. Mas C mede B, logo B é medido por algum primo. Mas B mede A, logo A é medido por algum primo (III).
 Portanto, se B for primo, A é medido por algum primo (I); se B for composto, A é medido por algum primo (II e III).

Como a fatoração de um número não pode se estender ao infinito⁴⁹, o raciocínio deve necessariamente encontrar ao final algum fator primo que meça A.

Na prova da VII.31 é possível identificar uma estrutura dilemática de fundo. Tomando dois termos opostos (“B é primo” e “B é composto”), Euclides chega à mesma consequência (“A é medido por algum primo”). Ou, de outro modo: seja B primo ou composto, em qualquer caso A é medido por algum primo. Ou ainda: dado que na disjunção entre “B é primo” e “B é composto” apenas um dos termos pode ser o caso, e dado também que de cada termo dessa disjunção se segue “A é medido por

⁴³ FRAJESE, 1970, p. 421. Os demais livros aritméticos são os Livros VIII e IX. Sobre a organização dos treze livros que compõem os *Elementos*, ver HEATH, 1981.

⁴⁴ Na matemática grega, número significa pluralidade de unidades. Dessa forma, o número 1 (a unidade) pode figurar não propriamente como um número, mas sim como o princípio do qual se geram números. Em outras palavras: se x for um número, então $x \in \mathbf{N}_+^*$ | $x > 1$.

⁴⁵ Sobre os primeiros princípios dos *Elementos*, ver HEATH, 1981.

⁴⁶ HEATH, 1956, p. 278.

⁴⁷ Sobre a estrutura da proposição euclidiana, ver HEATH, 1981, p. 370-371 e BALL, 1960. A primeira parte de toda proposição é a *prótesis*, ou enunciação em termos gerais. Seguem-se a *ékthesis*, ou preparação, que introduz um objeto matemático particular; o *diorismós*, ou especificação, que reafirma a enunciação geral em função do objeto matemático particular introduzido; a *kataskueí*, ou construção, que abrange qualquer adição ao objeto matemático particular introduzido; a *apódeixis*, ou prova; finalmente, o *sympérasma*, ou conclusão.

⁴⁸ BICUDO, 2009, p. 291.

⁴⁹ O que não contradiz o teorema da infinitude dos primos (*Elementos* IX, 20): o que se afirma é fato de que os fatores primos de um número não podem ser infinitos.

algum primo”, então em qualquer caso “A é medido por algum primo”. Trata-se, na classificação moderna, de um dilema construtivo simples (tipo 1, vide Quadros 1-3 *supra*).

4.2. Retórica jurídica e prova matemática

Não deixa de ser curioso o fato (ou, pelo menos, o indício) de matemático empregar uma forma de raciocínio tirado da teoria e da prática judiciárias para provar uma proposição aritmética.

Mais do que uma obra original, os *Elementos* constituem a suma da aritmética e da geometria elementares praticadas desde os pitagóricos até então⁵⁰. Os poucos detalhes biográficos sobre Euclides conservados pela tradição revelam um homem preocupado em preservar e organizar os saberes do passado⁵¹. Identificam-se nos *Elementos* doutrinas de autorias diversas: pitagóricos (Livros I e II, sobre figuras retilíneas, além dos livros aritméticos); Hipócrates de Quíos (Livro III, sobre círculos); Eudoxo de Cnido (Livro V, sobre proporção); Teeteto de Atenas (Livro X, sobre os irracionais), para citar alguns exemplos. A contribuição original de Euclides consiste na inovadora organização de todo esse material na estrutura axiomática e dedutiva pela qual os *Elementos* são conhecidos até hoje, como já os antigos sabiam⁵².

Tendo isso em vista, é possível questionar se a estrutura dilemática da VII.34 foi contribuição original de Euclides (por consistir em uma forma de argumento dedutivo) ou se foi compilada junto com os saberes matemáticos em circulação no século III. No primeiro caso, Euclides (I) ou encontrou a estrutura dilemática de forma independente (II) ou a importou desde discursos retóricos de inspiração jurídica, como o *Encômio* e a *Oração*. No segundo caso, conjectura-se que (III) certas maneiras de argumentar, judiciárias na origem, já estavam em uso pela comunidade matemática contemporânea. Parece impossível, ou pelo menos indemonstrável, decidir por uma ou outra conjectura; pode-se apenas aceitar como mais prováveis as duas últimas, caso se aceite também que a matemática grega esteve aberta à influência de outras formas contemporâneas de racionalidade, uma tese que foi defendida, entre outros, por Árpád Szabó.

Szabó não está interessado em dilemas ou textos judiciários. Ele estuda a prova indireta na matemática grega⁵³ e sua provável relação com a filosofia de Parmênides. Após consignar que não existe prova propriamente na matemática pré-

⁵⁰ VEGETTI-PETRUCCI, 2019, p. 37: “Acima de tudo, [os *Elementos*] dependem em grande parte de descobertas anteriores”; BALL, 1960, p. 54: “A parte geométrica é em grande extensão uma compilação dos trabalhos de autores prévios”; HEATH, 1981, p. 357: “[Os *Elementos*] não mostram qualquer reivindicação de ser original”; BICUDO, 2009, p. 41: “[Euclides] deu conta e bem de praticamente tudo o que fizeram os seus predecessores”.

⁵¹ Euclides teria sido responsável pela seção de matemática da biblioteca de Alexandria; seria de caráter conciliador e nutriria grande respeito pela tradição. Ver BALL, 1960, p. 51; HEATH, 1981, p. 356-357.

⁵² PROCLO, *Comentário ao Primeiro Livro dos Elementos de Euclides*, I, 68: “Euclides reuniu os *Elementos*, sistematizando muitos dos teoremas de Eudoxo, aperfeiçoando muitos daqueles de Teeteto e apresentando em uma forma demonstrável irrefutável proposições que haviam sido muito vagamente estabelecidas por seus predecessores”.

⁵³ Prova indireta é aquela que, para afirmar uma proposição, mostra que a proposição oposta é impossível. Uma definição elegante pode ser encontrada em Gardies: “Designaremos aqui como *raciocínio por absurdo*, ou *raciocínio por impossível*, ou *raciocínio apagógico* ou *raciocínio indireto*, em sua forma mais geral, o raciocínio que, para estabelecer, no interior de uma teoria dada, uma certa tese θ , demonstra que a negação dessa tese implica, ao final de um certo número de inferências, ou duas consequências, α e $\text{não-}\alpha$, contraditórias entre si, ou duas consequências, α e β , das quais se conhece simplesmente a incompatibilidade lógica” (GARDIES, 1991, p. 9). Exemplo famoso de prova indireta na matemática grega, a respeito da irracionalidade da diagonal do quadrado, foi conservado por Aristóteles nos *Primeiros Analíticos*, I, 23, 41a.

helênica⁵⁴, Szabó afirma que a prova indireta não pôde ter surgido espontaneamente na matemática grega, mas teria sido provocada pelo contato desta com a filosofia eleata⁵⁵. Essa constatação leva o autor a discorrer sobre as influências da filosofia, em especial da tradição dialética, sobretudo Platão, sobre a matemática contemporânea; ele finalmente chega à conclusão de que dialética e matemática eram, ao tempo de Platão, disciplinas praticamente idênticas⁵⁶. Embora essa conclusão não seja muito bem aceita por alguns⁵⁷ e pareça questionável justamente de uma perspectiva platônica⁵⁸, a hipótese em si permanece válida, como atesta parte da literatura⁵⁹.

Se Szabó estiver certo e a matemática grega de fato foi influenciada pela filosofia, a pergunta que naturalmente se segue é: a matemática grega, Euclides em especial, não teria sido influenciada também por outras formas de racionalidade, tão marcadamente helênicas quanto a filosófica, como é o caso da retórica e, em especial, da retórica judiciária? Até o ponto de uma técnica retórica, ensinada e praticada no âmbito judiciário para defender um interesse e ganhar vantagem sobre um adversário, passar a ser usada para provar proposições aritméticas. A conjectura de Gardies, defendendo que a estrutura dilemática da Proposição VII.31 de Euclides remete a práticas retóricas dos tribunais, das quais o *Encômio* de Górgias e a *Oração* de Demóstenes são dos registros mais importantes, tende a responder, afirmativamente, essa pergunta.

Mas se Gardies estiver certo e *grosso modo* a matemática grega foi influenciada pelo direito, seria ainda necessário destacar a suposição de que o direito só esteve em condições de influenciar a matemática grega após o giro discursivo provocado pelos sofistas. Primeiro teria sido necessário que o direito admitisse sua origem tão-somente discursiva, desvinculando-se da tradição do direito natural, para

⁵⁴ “A diferença mais substancial entre as ciências grega e oriental é que a primeira é um sistema engenhoso de conhecimento construído de acordo com o método da dedução lógica, ao passo que a segunda é nada mais além de um conjunto de instruções e regras práticas, frequentemente acompanhadas por *exemplos*, relativos a como algumas tarefas matemáticas particulares deveriam ser resolvidas” (SZABÓ, 1978, p. 186, destacado no original). Exemplos de conjuntos de instruções babilônicos para resolução de problemas que hoje se resolveriam com equações quadráticas podem ser encontrados em ROQUE, 2012, p. 63-72.

⁵⁵ “Quero argumentar que nem o anti-empirismo nem o método da prova indireta poderiam ter surgido espontaneamente na matemática [...]. Minha visão é que essas duas características da matemática grega, sua rejeição do empirismo e seu uso característico da prova indireta, são devidos à decisiva influência da escola *eleata* de filosofia” (SZABÓ, 1978, p. 217, destacado no original). Badiou escreve no mesmo sentido: “Se se considera de perto o pensamento de Parmênides, ou de toda a escola ‘eleata’ (porque constituída pelos habitantes de Eleia) anterior a Sócrates e Platão, portanto remontando ao século V a.C., podemos aí ver o traço profundo de métodos de pensamento que encontram seu pleno desenvolvimento nas matemáticas. Assim o raciocínio por absurdo, que eu considero decisivo na potência mental que inventou as matemáticas daquela época” (BADIOU, 2017, p. 32).

⁵⁶ “Tudo isso sugere que a matemática e a dialética não apenas compartilhavam uma terminologia comum, mas também eram disciplinas interconectadas. De fato, parece que Platão estava escrevendo em um tempo em que a matemática *era apenas um ramo da dialética*. Torna-se ainda mais aparente que os métodos dialético e matemático estavam intimamente relacionados, que eram de fato idênticos, quando se examina a forma pela qual *hypotheses* [hipóteses] são usadas nos argumentos de Platão” (SZABÓ, 1978, p. 239, destacado no original).

⁵⁷ Por todos, ver ROQUE, 2012, p. 154: “A matemática antiga não parece ter sido parte de um exercício de filosofia”. A favor de Szabó estão, dentre as referências deste artigo, Bicudo e Badiou.

⁵⁸ No currículo pedagógico dos guardiões, exposto no Livro VII da *República*, dialética e matemática são disciplinas claramente distintas, embora complementares.

⁵⁹ Por todos, CATTANEI, 2005, p. 22: “Praticadas pelas mesmas pessoas nos mesmos lugares, [matemática e filosofia] profundam-se e evoluem *juntas*, e não só contemporaneamente. Suas relações são de influência recíproca, de mútua provocação a que se superem”.

que, em um segundo momento, a matemática pudesse buscar nele algum modelo de raciocínio sobre o qual pudesse elaborar suas próprias demonstrações.⁶⁰

Bibliografia

- ABBAGNANO, Nicola. *Dizionario di filosofia*, 3ª ed. Torino: UTET, 1998.
- AIKINS, Herbert Austin. *The principles of logic*. New York: Henry Holt and Company, 1902.
- ARISTÓTELES. *Categories. On interpretation. Prior analytics*. Trad. H.P. Cooke et al. Cambridge: Harvard University Press, 1938.
- ARISTÓTELES. *Nicomachean ethics*. Trad. H. Rackham. Cambridge: Harvard University Press, 1934.
- ARISTÓTELES. *Retórica*. Trad. Manuel A. Júnior et al. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2012.
- ARNAULD, Antoine et al. *La logique ou l'art de penser*. Paris: Éditions Gallimard, 1992.
- BADIOU, Alain; HAÉRI, Gilles. *Éloge des mathématiques*. Paris: Flammarion, 2015.
- BALL, Walter W.R. *A short account of the history of mathematics*. New York: Dover Publications, 1960.
- BARKER, Ernest. *Teoria política grega*. Trad. Sérgio Bath. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1978.
- BICUDO, Irineu. "Introdução", in EUCLIDES. *Os elementos*. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo, UNESP, 2009.
- BILLIER, Jean-Cassien; MARYIOLI, Aglaé. *História da filosofia do direito*. Trad. Maurício de Andrade. Barueri: Manole, 2005.
- BONAZZI, Mauro. Os sofistas, in BONAZZI, Mauro (Org.). *História da filosofia antiga*, vol. I. São Leopoldo: UNISINOS, 2018.
- BOSAICQ, Émile. *Dictionnaire étymologique de la langue grecque étudiée dans ses rapports avec les autres langues indo-européennes*. Paris: Éditions Klincksieck, 1916.
- BURNET, John. *A aurora da filosofia grega*. Trad. Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Editora PUC, 2006.
- CATTANEI, Elisabetta. *Entes matemáticos e metafísica: Platão, a Academia e Aristóteles em confronto*. Trad. Fernando S. Moreira. São Paulo: Edições Loyola, 2005.
- CHANTRAINE, Pierre. *Dictionnaire étymologique de la langue grecque: histoire des mots*. Paris: Éditions Klincksieck, 1968.
- CHÂTELET, François (Org.). *História da filosofia*, vol. I, 2ª ed. Trad. Maria J. de Almeida. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1972.

⁶⁰ Nesse sentido, a filosofia de Platão, que, ao menos em sua apresentação na *República*, implica que a lei da cidade está fundada ontologicamente na ordem matemática do cosmo, poderia representar uma tentativa de renovação do direito natural em base matemática.

- CREIDHGTON, James Edwin. *An introductory logic*. New York: The Macmillan Company, 1932.
- DARESTE, Rodolphe. *La science du droit em Grèce: Platon, Aristote, Théophraste*. Paris: L. Larose & Forcel Éditeurs, 1893.
- DAVIES, Arthur Ernest. *A text-book of logic*. R.G. Adams and Company, 1915.
- DEMÓSTENES. *Plaidoyers politiques*, tomo VI. Trad. Georges Mathieu. Paris: Les Belles Lettres, 1958.
- DIELS, Hermann; KRANZ, Walter. *I presocratici*. Ed. Giovanni Reale. Trad. Giovanni Reale et al. Milano: Bompiani, 2006.
- DINUCCI, Aldo. “Apresentação e tradução do *Elogio de Helena* de Górgias de Leontinos”, in *Ethica*, v. 16, n. 2, p. 201-212. Rio de Janeiro, 2009.
- DIÓGENES LAÉRCIO. *Lives of the eminent philosophers*. Trad. Pamela Mensch. Oxford: Oxford University Press, 2018.
- DONINI, Pierluigi; FERRARI, Franco. *O exercício da razão no mundo clássico: perfil de filosofia antiga*. Trad. Maria da Graça G. de Pina. São Paulo: Annablume Clássica, 2012.
- EUCLIDES. *Euclid: the thirteen books of the Elements*, vol. II, 2ª ed. Trad. Thomas L. Heath. New York: Dover Publications, 1956.
- EUCLIDES. *Os elementos*. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo, UNESP, 2009.
- EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Trad. Higyno H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004.
- FRAJESE, Attilio; MACCIONI, Lamberto. *Gli Elementi di Euclide*. Torino: UTET, 1970.
- GARDIES, Jean-Louis. *L'organisation des mathématiques grecques de Théétète à Achimède*. Paris: Vrin, 1997.
- GUTHRIE, William K.C. *Os sofistas*. Trad. João R. Costa. São Paulo: Paulus, 1995.
- HADOT, Pierre. *Qu'est-ce que la philosophie antique?* Paris: Gallimard, 1995.
- HEATH, Thomas L. *A history of greek mathematics*, vol. I. New York: Dover Publications, 1981.
- HERMÓGENES DE TARSO. *Invention and Method*. Trad. George A. Kennedy. Atlanta: Society of Biblical Literature, 2005.
- HERÓDOTO. *The Histories*. Trad. Robin Waterfield. Oxford: Oxford University Press, 1998.
- KNEALE, William; KNEALE, Martha. *O desenvolvimento da lógica*, 3ª ed. Trad. M.S. Lourenço. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1991.
- MORA, José Ferrater. *Dicionário de filosofia*, tomo 1. São Paulo: Edições Loyola, 2000.
- MUGLER, Charles. *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des grecs*. Paris: Éditions Klincksieck, 1958.
- MURCHO, Desidério et al. *Enciclopédia de termos lógico-filosóficos*. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

- PETERS, F.E. *Greek philosophical terms: a historical lexicon*. London: University of London Press Limited, 1967.
- PLATÃO. *Górgias*. Trad. Daniel R.N. Lopes. São Paulo: Perspectiva, 2016.
- PLATÃO. *Oeuvres complètes*. Ed. Luc Brisson. Trad. Luc Brisson et al. Paris: Flammarion, 2002.
- PLUTARCO. “Quaestiones Convivales”, in PLUTARCO. *Moralia*, vol. VIII. Trad. Paul Clement et al. London: Harvard University Press, 1969.
- PROCLUS. *A commentary on the first book of Euclid's Elements*. Trad. Glenn R. Morrow. Princeton: Princeton University Press, 1970.
- RAGUSA, Giuliana (Org.). *Lira grega: antologia de poesia arcaica*. São Paulo: Hedra, 2013.
- REALE, Giovanni. *História da filosofia grega e romana*, vol. II, 2ª ed. Trad. Marcelo Perine. São Paulo: Edições Loyola, 2013.
- REBOUL, Olivier. *Introdução à retórica*. Trad. Ivone C. Benedetti. São Paulo: Martins Fontes, 1998.
- ROQUE, Tatiana. *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 2012.
- SZABÓ, Árpád. *The beginning of greek mathematics*. Boston: D. Reidel Publishing Company, 1978.
- VEGETTI, Mario; PETRUCCI, Federico. “As ciências no mundo helenístico”, in SPINELLI, Emidio (Org.). *História da filosofia antiga*, vol. III. São Leopoldo: Editora UNISINOS, 2018.
- VITRAC, Bernard. “L'invention de la géométrie: une énigme de la géométrie”, in *Les Génies de la Science*, nº 21, 2004.
- VLASTOS, Gregory. *O universo de Platão*. Trad. Maria L.M.S. Coroa. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1987.
- WELTON, James. *A manual of logic*, vol. 1. London: W.B. Clive, 1912.

Recebido para publicação em 22-09-23; aceito em 25-09-23