

Notas sobre indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico

Antonia Zulmira da Silva¹

Resumo: Este artigo tem por objetivo apresentar os indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico, fundamentado na dissertação de Mestrado da autora, na qual buscou evidenciar esses indicadores em atividades de matemática, para o oitavo ano do Ensino Fundamental. Estudos como este tendem a trazer para o ambiente da formação do professor de Matemática, uma reflexão de tópicos da Educação Básica, como por exemplo equações algébricas, e possibilita a ampliação nas concepções que os profissionais têm desse conceito matemático.

Palavras Chave: Pensamento Algébrico. Equações Algébricas. Ensino Fundamental. Educação Matemática.

Abstract: This article aims to present the development of Algebraic thinking indicators, based on author's Master Dissertation in which she looked for evidence indicators in mathematics activities for the eighth year of Elementary School.

Keywords: Algebraic Thinking. Algebraic Equations. Elementary School. Mathematics Education.

Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) enfatizam a necessidade de que os professores compreendam os objetivos de ensinar Álgebra e entendam como os conceitos algébricos são construídos em vez de enfatizarem as manipulações algébricas.

Fiorentini *et al.* (1993, p. 87), destacam elementos para uma melhor compreensão do pensamento que pode ser classificado como algébrico:

Percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização.

Certamente essas características do pensamento algébrico, podem manifestar-se não apenas nos diferentes campos da Matemática, mas também em outras áreas do conhecimento. Mas esses valores podem ser propiciados muito bem pelo ensino de Álgebra, especificamente, o de Equações Algébricas de primeiro grau, que, mais do que apenas limitar-se a manipulação algébrica, preste-se a promover o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para confirmar ou refutar se as atividades presentes nos materiais didáticos (por exemplo, nos livros e/ou apostilas destinados ao Ensino Fundamental, especificamente no tema de Equações Polinomiais do Primeiro Grau) limitam-se a manipulação ou favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico, para este fim, foi elaborada uma lista de indicadores que possibilita ao docente observar aspectos que promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico no enunciado e na resolução das atividades propostas nos livros.

¹ Doutoranda em Educação pela Faculdade de Educação da USP(FE/USP). Mestre em Ensino de Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP, 2012). Atualmente exerce a função de Professor Coordenador do Núcleo Pedagógico na Diretoria de Ensino de Carapicuíba. Contato: antoniazs@usp.br

O Quadro 1 abaixo, apresenta os indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico que auxiliará a análise de atividades de Equações Algébricas.

Quadro 1: Indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico, construídos a partir de Fiorentini et al., (2005, p. 5) e Ursini *et al.* (2005), para as análises de atividades no tópico de Equações Algébricas

Indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico	
Indicador	A atividade possibilita que o professor conduza o aluno a:
1	Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas/algébricas em língua natural ou padrões geométricos
2	Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema
3	Produzir mais de um modelo aritmético/algébrico para uma mesma situação-problema
4	Produzir vários significados para uma mesma expressão numérica/algébrica
5	Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas/algébricas
6	Transformar uma expressão aritmética/algébrica em outra equivalente mais simples
7	Desenvolver algum tipo de processo de generalização
8	Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias
9	Perceber o uso da variável como incógnita
10	Perceber o uso da variável como número genérico
11	Perceber o uso da variável como relação funcional
12	Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente

Fonte: Silva (2012)

Na sequência, apresento comentários sobre alguns dos indicadores acima. A mesma ação poderá ser realizada em quaisquer situações-problema envolvendo as Equações Algébricas, para verificar se a atividade favorece ou não o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Comentários

A atividade analisada foi retirada do material denominado *Caderno do professor de Matemática* do terceiro bimestre do oitavo ano, apresento a seguir o enunciado e resolução proposta à análise (SÃO PAULO, 2009, p. 12).

Escreva uma sentença matemática que represente a seguinte frase: “**X** reais a menos que **Y** reais é igual a 40 reais”.

É possível que boa parte dos estudantes responda $X - Y = 40$, quando o correto seria $Y - X = 40$. Um exemplo numérico pode ajudá-lo a esclarecer a questão: “Dez reais a menos que 50 reais é igual a 40 reais” ($50 - 10 = 40$).

O trecho do enunciado, “Escreva uma sentença matemática...”, corresponde ao segundo indicador do pensamento algébrico, o qual possibilita o professor conduzir o aluno a:

Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema.

A expressão “estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema” se refere às sentenças matemáticas utilizadas para resolver tal situação-problema.

Já “X reais a menos que Y reais é igual a 40 reais” do enunciado com a expressão “ $Y - X = 40$ ”, encontrada na resolução, podem indicar uma relação com o primeiro indicador de desenvolvimento do pensamento algébrico, que possibilita ao professor conduzir o aluno a:

Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas/algébricas em língua natural ou padrões geométricos.

Assim, escrever a expressão algébrica que representa a frase do enunciado pode levar a uma relação/comparação entre língua natural e uma expressão numérica/algébrica.

No trecho “ $Y - X = 40$. Um exemplo numérico [...]. Dez reais a menos que 50 reais é igual a 40 reais ($50 - 10 = 40$)”, está presente o terceiro indicador de desenvolvimento do pensamento algébrico.

Tais modelos abrangem as diversas resoluções possíveis que poderiam ser realizadas pelos alunos para um problema. Isso permite sugerir que o professor observe as resoluções de seus alunos, socializando-as em classe, antes de apresentar aquelas oferecidas no *Caderno do professor*.

Conforme Fiorentini *et al.* (1993), um importante caminho para desenvolver o pensamento algébrico é revelar ao estudante que não existe um modo único de chegar à solução de determinada atividade.

Um bom caso de soluções alternativas, no sentido de: “**Produzir mais de um modelo aritmético/algébrico para uma mesma situação-problema**” pode ser encontrado em uma segunda atividade, proposta na seguinte discussão de um problema clássico por Carlos Pereira dos Santos em 2015:

A utilização de incógnitas é um processo matemático poderoso. Em particular, permite «andar para a frente com os problemas» antes de se saber o valor de quantidades desconhecidas. Usualmente utilizam-se letras para designar essas incógnitas, tais como x , y , etc. Esta ideia simples é certamente uma das mais frutuosas de toda a história da

humanidade. No entanto, a «artilharia pesada», executada quase sem pensar, pode perder alguma compreensão sobre as subtilezas de certos problemas. É sempre bom que os professores tenham presente a ideia de que, quando treinam certas técnicas, podem também acabar por limitar alguma criatividade. Cabe também a eles serem imaginativos face a esta problemática. [...fornece o exemplo a seguir...]

Num quintal onde há coelhos e galinhas existem 74 cabeças. Quantos são os coelhos e quantas são as galinhas, se ao todo contarmos 184 patas? Há uma boa chance de ver uma resposta automática baseada na «artilharia pesada», ou seja, nas equações $c+g=74$ e $4c+2g=184$. Após resolução de tal sistema, a solução de 56 galinhas e 18 coelhos é encontrada.

Apesar do carácter certo desta resolução, há argumentos interessantes sem a utilização de equações. Imagine que eram 37 galinhas e 37 coelhos. Isso daria um total de $37 \times 2 + 37 \times 4 = 222$ patas; mais 38 do que as 184 pretendidas. Como cada substituição de um coelho por uma galinha faz «perder duas patas», basta fazer 19 substituições dessas. Sendo assim, 37 galinhas e 37 coelhos passam a ser 56 galinhas e 18 coelhos. Chama-se a isto a estratégia tentativa-erro. Tentou-se a solução errónea de 37 galinhas e 37 coelhos e, depois, corrigiu-se o erro de forma inteligente.

Outra engenhosa afirmação, talvez a mais elegante relacionada com este problema, é a seguinte:

Se todos os 74 animais fossem galinhas, haveria 148 patas. Consequentemente, as 36 patas em falta para as 184 pretendidas têm de ser de coelhos. Duas patas extra por coelho, significam 18 coelhos.

Aqui, utilizou-se uma outra estratégia para quem está habituado à resolução de problemas – a análise de um caso extremo (tudo galinhas).



Edgar Hunt. Coelhos e galinhas. 1904

(Wall Street Journal – Ciência & Tecnologia, 6-4-15. Acesso em 17/4/17 - <http://cdnbi.tvescola.org.br/resources/VMSResources/contents/document/publicationsSeries/110456EducacaoAlgebraResolucaoProblemas.pdf>)

Voltando à primeira atividade, na frase do enunciado “Escreva uma sentença matemática que represente a seguinte frase: X reais a menos que Y reais é igual a 40 reais”, o décimo indicador possibilita que o professor conduza o aluno a: “**Perceber o uso da variável como número genérico**”. Indicando que a variável está presente na sentença matemática como número genérico, simbolizando um constituinte do enunciado.

Conforme Ursini *et al.* (2005, p. 31) “para trabalhar a variável como número genérico, requer-se também a capacidade de usar símbolos para representar uma situação geral”.

O décimo segundo indicador de desenvolvimento do pensamento algébrico pode possibilitar que o professor conduza o aluno a: “**Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente**”. O que favorece ao professor o emprego da linguagem simbólica para expressar matematicamente a frase referida.

Síntese dos indicadores que emergiram na atividade analisada.

Os indicadores que emergiram do enunciado e da resolução proposta nas atividades favorecem que o professor conduza os alunos a:

- 1 - Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas/algébricas em língua natural ou padrões geométricos,
- 2 - Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema,
- 3 - Produzir mais de um modelo aritmético/algébrico para uma mesma situação-problema,
- 10 - Perceber o uso da variável como número genérico,
- 11 - Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente.

Considerações finais

O presente estudo pode ser útil aos professores de Matemática em geral, e não somente aos do Ensino Fundamental, pois o pensamento algébrico é um tipo especial que pode se manifestar nos diferentes campos da Matemática, assim como em outras áreas do conhecimento.

Também pode servir para desmistificar que os conceitos algébricos vão além da manipulação de fórmulas, e sim são base para desenvolver o pensamento algébrico em lugar de enfatizarem apenas as manipulações algébricas.

Logo, espera-se que o presente artigo proporcione aportes proveitosos a investigações relacionadas a materiais de apoio aos docentes de Matemática, bem como em estudos que promovam o desenvolvimento dos profissionais da Educação Básica.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC, 1998.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F.L.P.; CRISTÓVÃO, E.M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2005, Lisboa. **Comunicações...** Lisboa: 2005.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: matemática: ensino fundamental: 7.^a série [8.^o ano]: volume 3**. São Paulo: SEE, 2009.

SILVA, A. Z. **Pensamento algébrico e equações no Ensino Fundamental**: uma contribuição para o *Caderno do professor* de Matemática do oitavo ano. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

URSINI, S.; ESCAREÑO, F.; MONTES, D.; TRIGUEROS, M. **Enseñanza del álgebra elemental**: una propuesta alternativa. México: Trillas, 2005.

Recebido para publicação em 10-04-17; aceito em 15-05-17