Apelación divina y conjetura / especulaciones sobre la especulación

Enric Trillas[1]

Resumen: Se considera el razonamiento ordinario enmarcado en un modelo formal y simbólico muy simple, en el cual se clasifican sus conclusiones y se presta atención a la relevancia de la transitividad y a las llamadas 'especulaciones', no deducibles ni abducibles desde la premisa, sino inducidas 'misteriosamente' desde ella. Se muestra que, especular, inducir, puede reducirse a una inferencia en movimiento browniano alrededor de la premisa, el cual y en algún caso, cabe reproducir por un algoritmo. Con ello, parece aclararse qué es 'adivinar' tales conclusiones.
Palabras Clave: Razonamiento de sentido común, conjetura, especulación, inducción y adivinación..

Abstract: Commonsense Reasoning is considered in a very simple, formal and symbolic framework, in which conclusions are classified. Once the relevance of transitivity is seen, the attention is focalized on the conclusions called 'speculations', those that are neither only attainable by deduction, nor only by abduction from the premise, but 'mysteriously' induced from it. It is shown how speculations can be attained by an inferential Brownian movement around the premise that, in some cases, can be algorithmically reproduced. All that, seems to clarify how guessing can be effectively done.
Keywords: Commonsense Reasoning, Conjecture, Speculation, Induction and Guessing.

1. INTRODUCCIÓN

Si las personas sólo pensasen sin razonar, no se podrían considerar 'animales racionales'. De hecho, el tema de fondo de este artículo es el *razonamiento* y con la intención de mostrar que en él no hay misterios, en principio insondables, como los que han supuesto la inducción y la creatividad; las *Musas*, como provocadoras de la creatividad, ya no se consideran más que como una metáfora. Se pretende, a través de un modelo formal del razonamiento, conocer de qué consta y viendo, a la vez, que conjeturar e inducir forman parte de él [1].

Se trata de un modelo muy simple, con pocas definiciones y leyes que, realmente y al encontrarse todas en modelos lógicos más complejos, cabe decir que se trata de un 'esqueleto formal' del razonamiento. Es un modelo mínimo en el cual y sin embargo, cabe probar nuevos resultados. Un modelo que, en forma más breve, se presentó en un artículo publicado en la 'Revista Internacional d'Humanitats' y con el título 'Entre Llull y Ockham, el razonamiento' (http://www.hottopos.com/rih49/57-68Trillas.pdf)

De hecho, el autor fue llegando a tal modelo a través de estudiar las conjeturas y probar como teoremas los antiguos principios aristotélicos de No Contradicción y Tercero Excluido en, sucesivamente, las álgebras de conjuntos borrosos, los Orto-

---

[1]. Enric Trillas (Barcelona, 1940), fue catedrático de las universidades politécnicas de Cataluña y de Madrid, investigador del 'European Centre for Soft Computing' y profesor emérito honorífico de la Universidad de Oviedo. En posesión de diversos premios y condecoraciones, tanto nacionales como extranjeras, es Doctor en Ciencias por la Universidad de Barcelona, Doctor Honoris Causa por las universidades Pública de Navarra y Santiago de Compostela, y Profesor Visitante Distinguido de la Universidad Nacional de Córdoba (Argentina). Ya jubilado, es miembro de la Accademia Nazionale delle Scienze, Lettere e Arti de Palermo. etrillasetrillas@gmail.com

retículos, las álgebras de De Morgan y las de Boole en particular. Fue viendo, en cada caso, qué aspectos formales permitían aquellas definiciones y demostraciones y las tomó, finalmente, como leyes definitorias del citado esqueleto. Un esqueleto formal que, por tanto, también soporta 'encarnarse' en estructuras más complejas, sean reticulares o no lo sean [2].

Entre los conceptos que surgen, conviene citar desde el primer momento, el de *especulación* que, no considerado en la literatura lógica y como tampoco lo es formalmente el de *conjetura*, fue introducido el año 2000 por el mismo autor en la referencia [3] y en el marco de los orto-retículos.

Si una conjetura desde una premisa dada es un enunciado cuya negación no puede alcanzarse deductivamente desde la premisa, entre las especulaciones son de la mayor relevancia aquellas cuya obtención no se logra deductivamente; la vía para llegar a ellas es, justamente, la 'misteriosa' inducción [2]. Si el pensamiento no siempre se muestra ligado al lenguaje, sin embargo razonamiento y lenguaje están entretejidos por los enunciados [2,4,9].

Los enunciados de los cuales no cabe ni decir que son deductivamente alcanzables desde la premisa, ni ésta de aquellos, se llaman *ortogonales* a la premisa y con ello, una conjetura desde una premisa que sea ortogonal a ella se denomina una especulación desde la misma.

En el apartado siguiente se presenta el citado esqueleto del razonamiento. Conviene aclarar que no se trata de otro tipo de razonamiento que aquel que, de ordinario, efectúan las personas, aquel con el cual llegan a las conclusiones en las cuales basan las decisiones que les llevan a actuar. Es el que indistintamente se llama razonamiento de sentido común, de cada día u ordinario y que se basa en el manejo de los enunciados lingüísticos propios del llamado 'lenguaje natural'; unos enunciados que en su mayor parte son imprecisos y lo que enuncian está envuelto en incertidumbre. La relación entre el lenguaje y el razonamiento es tan íntima que no cabe, por ejemplo, pensar en atribuir al segundo ley alguna que no sea observable en el primero [1,2,4] y en el razonamiento en curso.

Por su parte el razonamiento se da en el *pensamiento*, fenómeno natural que, producido en y por el cerebro, su estudio corresponde a las Neurociencias. Si el pensamiento nunca cesa en tanto la persona vive y es automático, el razonamiento no es sino una especialización del pensamiento cuando éste se dirige a un objetivo y para lo cual entonces requiere la voluntad de la persona [9]. Si el pensamiento-libre no requiere esfuerzo consciente alguno, sin embargo el pensamiento-para-algo, el que es dirigido, lo requiere y, por tanto, lo requiere el razonamiento. Para lograr un objetivo, el pensamiento se especializa auto-regulándose [9] y de ahí que el razonamiento esté sometido a reglas y quepa estudiarlo por vías formales [2].

2. EL ESQUELETO FORMAL DEL RAZONAMIENTO ORDINARIO

2.1. El razonamiento se efectúa por medio de la relación binaria de *inferencia*, $p < q$, traduciendo en símbolos el enunciado condicional 'Si p, entonces q' el cual no siempre se entiende de la misma forma; su significado no es 'universal' sino 'local'. De hecho, poco en el razonamiento ordinario, salvo un corto número de leyes, puede considerarse universal; casi todo es local. La relación $<$, por estar en el lenguaje y no interpretarse siempre de la misma forma, se considera 'primitiva' como, en los 'Elementos' de Euclides 'punto', 'recta', etc. Las únicas propiedades que se le supondrán en lo que sigue son su reflexividad, es decir que para todo enunciado p, se verifique siempre $p < p$ y que, conocidos p y $p < q$, también se conozca q. Son propiedades que, consideradas indudables, garantizan que la relación < exista y sea efectiva [1,2,4].

Sí, partiendo de la información inicial lingüísticamente expresada por un enunciado o premisa p, existe un enunciado q tal que p < q, éste es una *consecuencia* de p. Análogamente, si existe uno h tal que h < p, es una *hipótesis* de p. Obviamente, p es a la vez una consecuencia y una hipótesis de sí mismo. Cualquier proceso para encontrar consecuencias, se llama deductivo; encontrar consecuencias es *deducir*. Cuando el proceso es para encontrar hipótesis, se llama abductivo, encontrarlas es *abducir*. De ahí que se hable de la *deducción* y de la *abducción*.

2.2. Por lo que se refiere a la negación lingüística no-q de un enunciado q, que se representa por q’, es una aplicación enunciados-enunciados sometida a la ley universal: p < q => q’ < p’. La negación invierte la relación de inferencia.

Se dice que q refuta a p o que es contradictorio con p, si es p < q’. Un enunciado q es auto-contradictorio o se refuta a sí mismo, cuando verifica q < q’; buscar refutaciones es *refutar*. Complementariamente, si es p </ q’ (q’ no se deduce de p), q es una *conjetura* desde p; está claro que si q es auto-contradictorio, es que no se conjetura de si mismo. También está claro que, dada una premisa p, sólo hay enunciados que sean o bien refutaciones, o bien conjeturas de p.

Debe observarse que no se acepta como premisa ningún enunciado p que verifique p < p’, auto-contradictorio; así las premisas deben ser consecuencias y conjeturas de sí mismas (p < p y p </ p’). La auto-contradicción se considera un ‘pecado mortal’ del razonamiento; se identifica auto-contradicción con imposibilidad.

Tampoco se acepta como conclusión ninguna que se auto-refute. Si la premisa no es auto-contradictoria y la relación < es transitiva localmente (es decir, lo es en alguna terna (p, q, r) verificando p < q & q < r => p < r), sus consecuencias no pueden ser contradictorias: De ser p < q, p < r y si fuese q < r’, siendo < es transitiva en la terna (p, q, r’), resultaría p < r’ y como también es r’ < p’, se obtendría el absurdo p < p’ de ser < transitiva en la terna (p, r’, p’). En particular, ninguna consecuencia puede, en tales condiciones, ser auto-contradictoria.

Se trata ésta de una propiedad que no cabe probar a las hipótesis; es más, es de experiencia común que se consideran hipótesis contradictorias. Con ello, se rechazan como hipótesis h de p, h < p, enunciados que sean auto-contradictorios; es decir, sólo se considera que h es una hipótesis para p supuesto que sean h < p y h </ h’.

Por tanto, el juego de la transitividad, sea local o universal (cuando lo es para todas las posibles ternas), es relevante [2]; sin ella podría toparse con consecuencias contradictorias entre sí o con consecuencias auto-contradictorias; no cabría confiar en lo deducido, suponerle seguridad alguna. La presencia de transitividad permite razonar formalmente y sin angustia alguna de tropezar con imposibilidades.

Por ello, sin transitividad el razonamiento deductivo se califica como ‘débil’, el más o menos típico de aquello que se razona rápidamente y que, frecuentemente, no aguanta su análisis con ‘papel y lápiz’, algo indispensable para que cualquiera pueda ‘hacerse suyo’ el razonamiento; el razonamiento no es, esencialmente, algo que sólo se haga para uno mismo sino y muchas veces, es para una colectividad. En el razonamiento ordinario, de sentido común, no se tiene siempre la seguridad de la transitividad, local o universal; por ello y frente a la ‘fuerte’ deducción de la prueba matemática, cabe ver a esa deducción como débil y peligrosa. Es un razonamiento sin red de seguridad [2,4].

2.3. Aunque la negación sólo cumpla la ley universal de invertir la inferencia, localmente puede ser de cuatro tipos que parten de dos distintos entre sí. Bien es q <

$(q')'$ y se dice que la negación es *débil* en q, o bien es $(q')' < q$ y se dice que es *intuicionista* en q. De ser, a la vez, débil e intuicionista, $q < (q')'$ y $(q')' < q$, se dice que es *fuerte* en q; de no ser ni débil ni intuicionista, $q </ (q')'$ y $(q')' </ q$, se dice que es *salvaje* en q.

Debe observarse que no se supone la existencia de la negación de cualquier enunciado sino que, cuando la tienen, verifican lo anterior; en realidad y por ejemplo, la ley de inversión debiera haberse enunciado diciendo que si es $p < q$ y ambos enunciados tienen negación, entonces es $q' < p'$. Ejemplos computacionales como el del lenguaje de programación *Prolog*, lo ponen de manifiesto; en él la negación es intuicionista (localmente) en aquellos enunciados q con negación q' y doble negación $q'' = (q')'$ conocidas en el sistema y sin que nada pueda afirmarse en otros enunciados.

2.4. Si bien dada una premisa p no hay más que refutaciones y conjeturas de p, debe analizarse cómo consecuencias e hipótesis están repartidas en tal clasificación. En primer lugar, es obvio que refutaciones y conjeturas son clases disjuntas de enunciados, al no ser posible que sean, a la vez, $p < q'$ y $p </ q'$; sin embargo, eso no significa la inexistencia de consecuencias e hipótesis 'mal repartidas' entre ellas, es decir y por ejemplo, consecuencias que no sean conjeturas. Lo primero, $p < q$ y $p < q'$, no es posible bajo transitividad local: $p < q \Rightarrow \quad q' < p'$ y, por tanto, se llegaría al absurdo $p < p'$, con tal que $<$ fuese transitiva en la terna (p, q', p'). Tampoco una hipótesis (no auto-contradictoria) puede ser una refutación: $h < p$ y $p < h'$ llevan, si $<$ es transitiva en la terna (h, p, h'), al absurdo $h < h'$. ¿Puede tratarse de conjeturas? La respuesta es afirmativa bajo condición de transitividad. En efecto, de ser $p < q$ y si fuese $p < q'$ se llegaría, como se ha visto, a $p < p'$; por tanto, es $p </ q'$, q es una conjetura desde p. De ser $h < p$ y si fuese $p < h'$, se llegaría a $h < h'$ y, por tanto, debe ser $p </ h'$, h es una conjetura desde p.

Así, la transitividad (por lo menos local) garantiza que dada la premisa p, sus consecuencias e hipótesis sean conjeturas. En tal caso, deducir y abducir son caso particular de conjeturar; son unas de las maneras de conjeturar. Pero, ¿Hay otras? ¿Hay más conjeturas que las consecuencias y las hipótesis? Las hay, son las *especulaciones* [4,1,2]; explicar qué es una especulación requiere notar que dados dos enunciados p y q, tomando a p como premisa, no hay sólo los enunciados q tales que $p < q$, o los h que $h < p$, también aquellos e para los cuales es $p </ e$ y también $e </ p$, los que no son comparables sino *ortogonales* a p y lo cual se escribe simbólicamente $p \Diamond q$. Con ello, una especulación desde p es un enunciado ortogonal a p que es una conjetura de p, es decir, verificando $p </ q'$ y $p \Diamond q$. Una negación es, por tanto, salvaje en q cuando es $q \Diamond (q')'$.

La condición $p </ q'$ de conjetura, puede verificarse en dos formas diferentes, bien como $q' < p$, o bien como $p \Diamond q'$. Por consiguiente, hay dos tipos de especulaciones: Las especulaciones *fuertes*, caracterizadas por $p \Diamond e$ y $p \Diamond e'$, y las especulaciones *débiles* caracterizadas por $p \Diamond e$ y $e' < p$; es claro que ambos tipos son excluyentes. Encontrar especulaciones es *especular*. Con todo ello y bajo transitividad, por lo menos local, razonar no es sino refutar, deducir, abducir y especular; de manera que conjeturar es deducir, abducir y especular. Si la abducción puede verse como 'deducción hacía atrás', ¿Cómo cabe ver a la especulación?

2.5. Salvo que la negación sea salvaje en ella, toda especulación débil puede alcanzarse deductivamente desde p, unas veces hacia adelante, otras hacia atrás. En efecto, $e' < p$ permite aseverar que e' es una hipótesis de p, que se puede alcanzar deductivamente desde p y hacia atrás; entonces su negación $(e')' = e''$ permite alcanzar e hacia atrás si es débil en e ($e < e''$) y hacia adelante si es intuicionista en e ($e'' < e$). Ambos caminos, deductivos, pueden simbolizarse, respectivamente, por: p >

$e' \rightarrow e'' < e$ y $p > e' \rightarrow e'' > e$; de ellos, el primero es mixto, mezcla abducción y deducción, en tanto que el segundo sólo es abductivo. Nótese que de ser la negación fuerte en e, $e = e''$, el proceso acaba con la abducción $p > e' \rightarrow e'' = e$; de ser la negación salvaje en e, nada puede concluirse.

La argumentación anterior no es reproducible con las especulaciones fuertes debido a su condición $p \lozenge e'$. En principio, no parece que especular fuertemente sea reducible a mezclar deducción y abducción como sucede con especular débilmente. A ello va a dedicarse el próximo apartado 3.

Antes digamos que $p < q$ y $q < p$, simbólicamente representado por $p \sim q$, facilita la nueva relación binaria $\sim$, con la cual si la negación es fuerte en q, realmente es $q \sim q''$ en lugar de $q = q''$ y ya que sus concretas expresiones lingüísticas pueden no coincidir. Obviamente reflexiva y simétrica, de ser $<$ transitiva, también $\sim$ lo es y, entonces, es una 'equivalencia algebraica' cuyas clases de equivalencia, $[q] = \{r;\ r \sim q\}$, son las llamadas, por los lógicos, *proposiciones*; sin embargo, el razonamiento ordinario se expresa usualmente mediante enunciados haciéndolo, pocas veces, mediante proposiciones. Ello es así debido a matices que el uso de las palabras puede no identificar; lo que en el lenguaje son dos enunciados equivalentes, $p \sim q$, con proposiciones es la igualdad de las clases a las que pertenecen respectivamente, $[p] = [q]$. Por ejemplo, si la negación es fuerte en q, $[p < q \ \&\ q < p \Leftrightarrow q \sim q'']$, no es $q = q''$ sino $[q] = [q'']$. El 'calculo' de proposiciones, la llamada lógica proposicional, está en un nivel de abstracción más elevado que lo está el más pegado al lenguaje [2] de enunciados.

Nótese que si fuese $h < p$, h una hipótesis para p, y también $p < h$, sería $p \sim h$, equivalentes; por ello, siempre se eligen como hipótesis aquellas h tales que es $h < p$ estrictamente, es decir $h < p$ y $p \not< h$, y que no son auto-contradictorias, $h \not< h'$.

Merece la pena advertir que suponer $q \sim q$, en principio e intuitivamente evidente para cualquier enunciado q, implica que siempre deba ser $q < q$; y recíprocamente, $q < q$ implica $q \sim q$. Si las dos propiedades reflexivas son formalmente equivalentes, indistinguibles, ciertamente la de $\sim$ parece intuirse más fácilmente y, por ello, también parece 'justificar' la de $<$.

2.6. Veamos, antes de terminar este apartado 2, que el esqueleto formal presentado entre 2.1 y 2.4, permite probar, bajo transitividad y tal vez sorprendentemente a causa de su simplicidad, los teoremas siguientes: 1) $p \cdot p' < (p \cdot p')'$, 2) $(p + p')' < ((p + p')')'$, donde el punto $(\cdot)$ abrevia la conjunción lingüística 'y', en tanto que la cruz $(+)$ lo hace de la disyunción 'o' inclusiva. Tales operaciones sólo se consideran sometidas a las leyes universales $p \cdot q < p$, $p \cdot q < q$ la primera y $p < p + q$, $q < p + q$ la segunda y las cuales, bajo transitividad, implican $p \cdot q < p < p + q$ y $p \cdot q < q < p + q$, sin suponerles otras leyes como son la conmutativa y la asociativa [1,2,4]. Es que, en el lenguaje, posición y secuenciación, lugar y tiempo, juegan un papel tal que no permite, por ejemplo, identificar enunciados como 'Clara entró en el recibidor y lloró' y 'Clara lloró y entró en el recibidor', así como no permite 'correr comas o puntos' en un enunciado sin alterarlo.

De ahí que sólo se consideren las anteriores leyes a las que, de aceptarlo el lenguaje empleado en un razonamiento particular, se les podrían agregar otras. Con ello, los teoremas enunciados se prueban como sigue [1,2,4].

1) $p \cdot p' < p \Rightarrow p' < (p \cdot p')'$ y como también es $p \cdot p' < p'$, de ser $<$ transitiva en la terna $(p \cdot p', p', (p \cdot p')')$, sigue $p \cdot p' < (p \cdot p')'$. Es decir, para todo enunciado p, $p \cdot p'$ es auto-contradictorio, imposible. Así, se prueba en el esqueleto

formal el antiguo ‘principio’ aristotélico de No Contradicción que pasa a ser un teorema del modelo.

2) $p < p + p' \Rightarrow (p + p')' < p'$ y como también es $p' < p + p'$, de ser $<$ transitiva en la terna $((p + p')', p', p + p')$ sigue $(p + p')' < p + p'$ y de ahí se llega a $(p + p')' < ((p + p')')'$, es decir a que $(p + p')'$ es auto-contradictorio, imposible. Interpretando ese resultado como ‘$p + p'$ no es imposible’, se dispone de una prueba del antiguo principio aristotélico de Tercero Excluido que pasa a ser un teorema del modelo y que Aristóteles no formuló con la misma claridad que lo hizo con el de No Contradicción.

Nótese que las anteriores demostraciones no dependen del tipo de la negación y que, realmente, la demostración formal de los dos ‘principios aristotélicos’ supone un refuerzo teórico para el modelo del esqueleto.

2.7. En conclusión, el mencionado esqueleto del razonamiento está delimitado por la consideración de la relación $<$ de inferencia, la negación (‘), la conjunción ($\cdot$) y la disyunción (+), sometidas a las leyes universales:

1) $p < p$ para todo p; 2) $p: p \cdot (p < q): q$; 3) $p < q \Rightarrow q' < p'$; 4) $p \cdot q < p$, $p \cdot q < q$; 5) $p < p + q$, $q < p + q$; 6) $<$ es, por lo menos, localmente transitiva; 7) La negación no es salvaje en ninguno de los enunciados considerados.

Estas siete leyes han permitido el anterior análisis básico del razonamiento ordinario y forman parte de modelos más complejos previamente planteados, es por ello que pueden considerarse como *los primeros principios* de ese tipo de razonamiento.

Son unos principios que, en particular, permiten probar formalmente la No Contradicción y el Tercero Excluido sin más que emplear las leyes 3, 4, 5 y 6, lo cual, si les garantiza una validez muy general, pone de manifiesto la relevancia de la ley transitiva de $<$, y aunque sólo se requiera su validez localmente en los elementos involucrados.

Si los dos principios aristotélicos NC y EM, el primero especialmente, son vistos por muchos pensadores como básicos para ‘tocar de pies en el suelo’, puede decirse que aquellas cuatro leyes que los sustentan son una base adecuada para ello.

3. ESPECULAR FUERTEMENTE, INDUCIR O ADIVINAR

3.1. Históricamente y en la ciencia, se ha llamado *inducir* a cualquier proceso de razonamiento conjetural no consistente en deducir; la *inducción* se ha visto siempre como opuesta a la deducción, como una especie de ‘marcha atrás’ misteriosa, yendo de las observaciones particulares hasta una hipótesis, insegura, que permita explicarlas, en tanto que la deducción se ha visto como una ‘marcha adelante’ facilitando consecuencias seguras de las hipótesis. En realidad, muchos han considerado que razonar no es sino deducir y, con cierta frecuencia, se ha confundido conjeturar con abducir [2,5].

En el lenguaje ordinario, adivinar significa especular con información escasa e insegura, es decir, inducir algo a partir de observaciones parciales. En español, francés, italiano, gallego, catalán e incluso inglés, ‘adivinar’ proviene de la raíz latina *addivinare*, con *ad* indicando ‘hacia’ y *divinare* indicando ‘una divinidad’. En francés es *deviner;* en italiano *divinare/indovinare;* en gallego *adiviñar*; en catalán *devinar/endevinar* y en inglés, idioma que suele emplear el *to guess,* también se emplea *divine* cuando, por ejemplo, se dice *divining* por adivinando.

Como con las Musas para la creatividad [4], siempre se ha visto a la especulación necesitada de ayuda; tal vez de los dioses y supuesta fuera de las simples posibilidades de las personas que necesitan ayuda externa para ello. Algo, como la analogía, dejado por los dioses dentro del hombre y lo cual, en palabras de José Ortega y Gasset, roza la magia [4]. ¡Cómo si los enunciados ortogonales a uno dado no existieran!

3.2. Dada la información p = 'Juan nada ahora mismo en su piscina' como premisa, h = 'Juan sentía mucho calor' puede entenderse como una hipótesis para p y q = 'Juan siente menos calor' como una consecuencia de p, pero e = 'Juan piensa ahora mismo en María' es claramente ortogonal a p y como e'= 'Juan no piensa ahora mismo en María' también lo es, e es una especulación fuerte desde p. No hay manera de saber si realmente sucede e, pero conjeturarlo no es absurdo; como no lo es comprar un ticket de la lotería sin más información que 'No puedo afirmar que este ticket no me tocará' aun sin poder hacerlo con 'Este ticket me tocará'.

Otra cosa es la probabilidad que pueda asignarse a e y la cual puede llevar, de ser muy pequeña como en el caso de la lotería, a ni considerar la posibilidad abierta por e. La especulación no tiene seguridad alguna, se limita a ofrecer una o unas posibilidades y, tal vez, la gran ayuda de los dioses sería, más que ayudar a obtener la especulación, hacer que ésta se cumpliese.

Sin embargo, muchas de nuestras acciones provienen de especulaciones previas y muchas veces fuertes. Dada su inseguridad formal, lo milagroso es que no siempre 'fallen'; incluso hay gente que son bendecidos por aciertos de probabilidad pequeñísima. Lamentablemente, muchísima otra gente no alcanza tal bendición.

Siempre hay que contar con el desconocimiento de 'todo' el entramado de la realidad que rodea a la premisa y con el que, al fin, la especulación suele ser una conjetura desde una premisa incompleta, imprecisa, no totalmente fiable, incierta.

3.3. Prestemos ahora atención a cómo pueden obtenerse consecuencias, hipótesis y refutaciones a través de especular sobre la premisa, cómo también pueden obtenerse por el procedimiento lingüístico llamado 'coincidencia de los opuestos' [1,2,4,6].

Obviamente, al ser $p \cdot q < p$, resulta que $p \cdot q$ es una hipótesis de la premisa p cualquiera que sea q y supuesto que el enunciado conjuntivo $p \cdot q$ no sea auto-contradictorio ni equivalente con p. Con ello, cuando se reflexiona sobre p para llegar a explicarlo, se tienen a mano y por lo menos, dos posibilidades para q: Bien tomar $q = p^a$, un opuesto o antónimo de p, o bien q = e (p), una especulación desde p. Si la primera posibilidad es lingüística e inmediata, la segunda requiere especular. Cuando $p \cdot p^a$ y $p \cdot e$ (p) son conjeturas desde p, para lo cual y como se vio basta la transitividad local en las ternas correspondientes, entonces ambas hipótesis son conjeturas; ambos procedimientos sirven para conjeturar hipótesis, explicaciones, para la premisa.

La hipótesis $p \cdot p^a$ de p corresponde a la conocida *coincidencia de opuestos* que, proveniente de Heráclito de Éfeso, fue extensivamente empleada en el siglo XIII por el cardenal Nicolás de Cusa en sus escritos teológicos y luego, en el XVII, por el filósofo Friedrich Hegel en su Dialéctica, siendo recogida por Karl Marx y Friedrich Engels como principio básico de su Materialismo Dialéctico en el XIX algo de lo que, tras lo anterior, por lo menos cabe afirmar que *no es un principio* y por más que Vladimir Illych Ulianov, *Lenin*, lo hubiese calificado como el 'principio fundamental del Materialismo Dialéctico' [7,8]. En cuanto a las hipótesis de p del tipo $p \cdot e$ (p), cualquier investigador puede reconocer haberlas empleado en su misma *praxis* investigadora.

Debe notarse, no obstante, que, de valer la propiedad transitiva y como se probó en 2.6, es $p \cdot p' < (p \cdot p')'$; $p \cdot p'$ es auto-contradictorio y debe rechazarse como premisa. Por lo tanto, la coincidencia de los opuestos no puede aceptarse con la negación; sólo cabe aceptar tal coincidencia con un opuesto.

Por otra parte, de $p < p + q$ resulta que para cualquier q, es $p + q$ una consecuencia de p. Con ello y análogamente, cabe pensar en las consecuencias $p + p^a$, y $p + e$ (p). Es decir, tanto la inmediatez lingüística del opuesto como el esfuerzo especulativo, permiten llegar a hipótesis conjuntivas y a consecuencias disyuntivas.

Es más, la especulación, una conjetura en sí misma, también permite encontrar refutaciones si la negación es débil o fuerte en la premisa y hay transitividad local de < en las ternas concernidas. En efecto, basta considerar $p' \cdot e$, que verifica $p' \cdot e < p'$ y, por consiguiente $p'' < (p' \cdot e)'$, con lo cual, si la negación es débil o fuerte en p, $p < p''$, la transitividad en la terna $(p, p'', (p' \cdot e)')$ conduce a $p < (p' \cdot e)'$, es decir a que $p' \cdot e$ refute a p. Siendo obvio que el argumento anterior también vale de tomar cualquier enunciado q en lugar de una especulación e, otra vía para refutar p es con uno de sus opuestos, $p' \cdot p^a$.

Por tanto, tanto mediante una especulación como un opuesto, se encuentran consecuencias disyuntivas, hipótesis conjuntivas y refutaciones conjuntivas. La especulación es útil, ayuda a la parte deductiva del razonamiento.

3.4. Todo lo anterior muestra cuán importante es que el pensamiento siga actuando mientras se intenta razonar. Si especular forma parte del razonamiento, el carácter no directamente deductivo de las especulaciones fuertes las coloca en la frontera entre el pensamiento libre y el dirigido mediante deducción, es decir, entre el pensamiento libre y el razonamiento deductivo que, de ordinario e históricamente, se ha visto como el 'rey del razonamiento'. Se presenta, por tanto, la pregunta de si hay realmente más razonamiento que el deductivo y sea éste hacia adelante o hacia atrás.

Una pregunta a la que el hecho ya probado de que, en principio y salvo que la negación sea salvaje, las especulaciones débiles pueden alcanzarse por caminos mixtos mezclando deducción y abducción, hace más interesante al establecer que hay elementos ortogonales a la premisa que son alcanzables por inferencia mediante un zigzag a la vez deductivo y abductivo.

Al fin y si e es una especulación conocida de p, el camino mixto $p > p \cdot e < e$, lleva desde p hasta e. De existir un procedimiento efectivo para, dado p, encontrar todos los enunciados ortogonales a p, entonces bastaría elegir los que sean conjeturas para tener todas las especulaciones [2,4,9,10].

Un ejemplo fácil, en una álgebra de Boole con cuatro átomos {a, b, c, d} y $2^4 = 16$ elementos, once de ellos obtenidos por disyunción de los átomos, uno por su conjunción (0) y los otros cuatro los mismos átomos, permite centrar el problema. Sea $p = a + d$, elemento que no es auto-contradictorio al ser $p' = b + c$; es más, p' es ortogonal a p. Los elementos a y d son las únicas hipótesis de p; los $a + d + b$, $a + d + c$, $a + b + c + d$ las únicas consecuencias junto con el mismo p; por tanto, todos los demás elementos ($16 – 6 = 10$) son ortogonales a p. Entre ellos y por ejemplo, $e_1 = b + c + d$ con $e_1' = a$, verifica $e_1 \Diamond p$ y $e_1' < p$, es una especulación débil, al igual que lo es $e_2 = a + b + c$, con $e_2' = d$, al también verificar $e_2 \Diamond p$ y $e_2' < p$. Sin embargo, $e_3 = b + d$ que verifica $e_3 \Diamond p$, al ser $e_3' = a + c$ y por tanto $p \Diamond e_3'$, es una especulación fuerte. Nótense, para completar el ejemplo, los respectivos caminos mixtos desde p hasta cada una de las tres especulaciones: $p > d < e_1$, $p > a < e_2$ y $p > d < e_3$. Los tres mezclan la inferencia hacia adelante (<) con la que es hacia atrás (>).

Como se ha probado en la referencia [11], lo anterior es válido en cualquier álgebra de Boole finita y, por tanto, atómica. En ellas y con el riesgo de explosión combinatoria si, por ejemplo, el número de átomos es muy grande, la búsqueda de especulaciones tanto débiles como fuertes es 'programable', es decir son, en principio, algorítmicamente alcanzables aunque pueda suceder que la complejidad del algoritmo no permita alcanzarlas efectivamente, que el tiempo necesario para ello sea infinito.

Es obvio que la extrema rigidez de las álgebras de Boole finitas favorece que la búsqueda de las especulaciones sea, en principio, programable computacionalmente. Nada se sabe hasta ahora de qué sucede si el álgebra no es finita ni, mucho menos, si la estructura algebraica de los enunciados es menos rígida que la de álgebra de Boole. Sin embargo, cabe asegurar el potencial alcance de las especulaciones en cualquier sub-álgebra finita de una tal estructura que contenga a la premisa; al fin ello puede permitir encontrar algunas especulaciones cuando la información lingüística disponible sobre la premisa pueda organizarse como un álgebra de Boole finita. Posiblemente tampoco las personas encuentren todas las especulaciones sino sólo y por zigzag, algunas de ellas.

Lo dicho no es sino un comienzo para el problema abierto de intentar 'mecanizar' la especulación; un comienzo al que, seguramente y en paralelo, le falta estudiar qué posibles criterios pueden permitir elegir la especulación más adecuada al problema de que se trate.

4. CONCLUSIÓN

Visto cuanto antecede cabe afirmar que la apelación a divinidades, o musas especializadas, para ayudar a especular, adivinar, inducir una conclusión, ha comenzado a desmitificarse. Tal vez quepa 'adivinar' las especulaciones como un mago, mediante un 'truco' explicable [2]. Un truco, el zigzag deductivo/abductivo, más inteligible que la pretendida ayuda de unas míticas y desconocidas 'musas'.

Es una vía que podría confirmarse de conseguir 'maquinizar' completamente el razonamiento; es decir, la refutación y la conjetura sin sólo poder hacer inferencia hacia adelante o hacia atrás sino, también, obtener, por lo menos, algunas especulaciones con las que alcanzar consecuencias e hipótesis. Para ello es importante conocer el cardinal del conjunto de especulaciones dentro del de conjeturas [12]; es decir, cuántas conjeturas hay y cuántas de ellas son especulaciones de cada tipo. La posibilidad de encontrar una especulación depende de cuán probable sea entre las conjeturas, de su 'densidad' alrededor de la premisa.

También es importante cómo se pueden 'construir' las conclusiones, de lo cual las hipótesis de los tipos $p \cdot e(p)$ y $p \cdot p^a$, así como las consecuencias $p + e(p)$ y $p + p^a$, son ejemplos; si la $e(p)$ debe encontrarse reflexionando, p^a o bien es conocida o bien puede construirse por medio de simetrías, como enseña la teoría de conjuntos borrosos [1,8]. No obstante, $e(p)$ también puede resultar como combinación lingüística de otros enunciados ya archivados en la memoria y por medio de conjunciones, negaciones y disyunciones o de modificadores o cuantificadores, etc. Por ejemplo, cualquier enunciado $f(p^a)$, construido a partir de p^a, facilita el enunciado conjuntivo $p \cdot f(p^a)$ que, de no ser auto-contradictorio, al verificar $p \cdot f(p^a) < p$, es una hipótesis para p; análogamente sucede con un enunciado $f(e(p))$ construido a partir de $e(p)$.

Con todo empieza a parecer posible que las máquinas pasen de razonar deductivamente a pensar y lo hagan por una vía distinta a la que parecen haber seguido las personas, quienes razonan porque piensan. Sin embargo, más difícil de creer resulta que tales máquinas puedan llegar a ser capaces de 'sentir Amor por los demás' y siquiera fuese a partir de sentir amor por ellas mismas; es decir, llegar a un robot que, siendo altruista, pueda significar, por ejemplo, lo que San Francisco de Asís en el siglo XIII.

Por otra parte, el esqueleto del razonamiento ordinario que se ha presentado y manejado, también permite ver que la 'conjunción de opuestos', esencial para la llamada 'Síntesis Dialéctica', tan cara a los pensadores marxistas [8], no es un 'principio' de la Dialéctica Materialista y que, razonamiento ordinario al fin, es una de las vías que permiten obtener hipótesis, explicaciones, mediante la conjunción de la premisa y un enunciado con ella relacionado. Algo que, no desautorizando en absoluto a la conjunción de opuestos y la síntesis dialéctica, las coloca, no obstante y siempre que $p \cdot p^a$ no sea auto-contradictorio, en un marco de razonamiento ordinario y las aleja de cualquier misterio metafísico. Al fin, desvelar tales misterios es una de las tareas principales del ser humano y que es compartida por los pensadores marxistas y los neopositivistas, tan alejados en otros aspectos.

5. REFERENCIAS

[1] E. Trillas, 2017, 'On the Logos: A Naïve View on Ordinary Reasoning and Fuzzy Logic'. Springer-Verlag.

[2] E. Trillas, 2020, 'Narrar, conjeturar y computar. El pensamiento'. EUGR.

[3] E. Trillas, S. Cubillo, E. Castiñeira, 2000, 'On conjectures in orthocomplemented lattices'. Artificial Intelligence, 117: 255-275.

[4] E. Trillas, 2018, 'El desafío de la creatividad'. Publicacións Universidade de Santiago de Compostela.

[5] K.R. Popper,1968, 'Conjectures and Refutations. The growth of scientific knowledge'. Harper & Row.

[6] E. Trillas, 'The Unity of Opposites, a way to attain Hypotheses'. En curso de publicación en 'Atti della Accademia Nazionale delle Scienze, Lettere e Arti' (Palermo).

[7] V.J. McGill, W.T. Parry, 1948, 'The Unity of Opposites. A Dialectical Principle'. Science & Society, 12/4: 418-444.

[8] E. Trillas, I. García-Honrado, 2019, 'A Reflection on the Dialectic Synthesis'. New Mathematics and Natural Computation, 1: 31-46.

[9] E. Trillas, 'Razonar y especular'. En curso de publicación en Ágora.

[10] E. Trillas, 2019, 'Reviewing Fuzzy Sets, and some hints toward systematically searching speculations'. Archives for Soft Computing, 1/2019: 60-90.

[11] E. Trillas, A.R. De Soto, 'On the Search of Speculations'. En curso de publicación en New Mathematics and Natural Computation.

[12] A.R. De Soto, A. Álvarez, E. Trillas, 2007, 'Short Note: Counting

Recebido para publicação em 12-04-20; aceito em 3-05-20